

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Пермский федеральный исследовательский центр  
Уральского отделения Российской академии наук

На правах рукописи



Бублик Сергей Анатольевич

РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ ИСКУССТВЕННОГО  
ЗАМОРАЖИВАНИЯ ПОРОД В УСЛОВИЯХ ПЕРЕНОСА  
МИНЕРАЛИЗОВАННОЙ ВЛАГИ

Специальность 2.8.6

Геомеханика, разрушение горных пород,  
рудничная аэрогазодинамика и горная теплофизика

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель:  
доктор технических наук  
Семин Михаил Александрович

Пермь 2025

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	4
1 СОСТОЯНИЕ ИЗУЧЕННОСТИ ВОПРОСА И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ .....	10
1.1 Опыт проектирования искусственного замораживания пород на месторождениях калийных и каменных солей .....	10
1.2 Классификация зон замораживания пород.....	12
1.3 Особенности протекания тепло- и массообменных процессов в замораживаемых породах .....	14
1.4 Исследования теплофизических и механических свойств мерзлых пород.....	18
1.4.1 Теплофизические свойства.....	18
1.4.2 Механические свойства .....	22
1.5 Исследования формирования морозного пучения .....	25
1.6 Математические модели замораживания пород.....	27
1.7 Цель и задачи исследования .....	30
2 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ СВОЙСТВ ЗАМОРАЖИВАЕМЫХ ПОРОД И ФОРМИРОВАНИЯ МОРОЗНОГО ПУЧЕНИЯ .....	32
2.1 Исследование влияния температуры и содержания растворенных солей на фазовый состав воды, теплофизические и прочностные свойства замораживаемых пород.....	32
2.1.1 Подготовка образцов.....	32
2.1.2 Методы проведения замеров .....	33
2.1.3 Выбор модели зависимости содержания незамороженной воды от температуры.....	38
2.1.4 Результаты экспериментальных замеров и их теоретическая интерпретация .....	43
2.2 Исследование морозного пучения при горизонтальном градиенте температуры .....	55
2.2.1 Подготовка образцов.....	55
2.2.2 Методы проведения замеров .....	56
2.2.3 Результаты и обработка экспериментальных замеров.....	59
2.3 Выводы по главе .....	66
3 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛО- И МАССОПЕРЕНОСА В ПОРОДАХ ПРИ ИХ ИСКУССТВЕННОМ ЗАМОРАЖИВАНИИ .....	68
3.1 Математическая модель искусственного замораживания пород.....	68
3.2 Валидация математической модели искусственного замораживания пород....	71
3.2.1 Валидация по данным лабораторного замораживания засоленных пород с помощью двух замораживающих скважин .....	72
3.2.2 Валидация по данным лабораторного исследования формирования морозного пучения.....	78

3.2.3 Валидация по данным натурного мониторинга замораживания пород в условиях плоскопараллельного течения.....	79
3.2.4 Сравнение с программой FrozenWall для условий натурного замораживания пород с высокой минерализацией поровой влаги .....	82
3.3 Анализ влияния содержания соли на формирование ледопородного ограждения для условий шахтного ствола.....	87
3.3.1 Влияние содержания соли на распределение температуры и содержание незамороженной воды в породах .....	88
3.3.2 Влияние содержания соли на прочностные свойства ЛПО.....	93
3.4 Выводы по главе .....	100
<b>4 РАЗРАБОТКА ОПЕРАТИВНОГО МЕТОДА РАСЧЕТА ФИЛЬТРАЦИИ ПОРОВОЙ ВЛАГИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ГРАДИЕНТА НАПОРА.....</b>	<b>102</b>
4.1 Аналитические методы расчета фильтрации поровой влаги .....	102
4.1.1 Коэффициентный метод .....	102
4.1.2 Метод функций тока .....	103
4.2 Постановка задачи замораживания пород для валидации аналитических методов расчета фильтрации поровой влаги .....	108
4.3 Моделирование фильтрации поровой влаги различными методами.....	110
4.4 Выводы по главе .....	117
<b>5 РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ ИСКУССТВЕННОГО ЗАМОРАЖИВАНИЯ ЗАСОЛЕННЫХ ПОРОД .....</b>	<b>119</b>
5.1 Общие положения расчета параметров искусственного замораживания засоленных пород .....	119
5.2 Этапы теплотехнического расчета .....	122
5.3 Этапы статического расчета .....	125
5.4 Рекомендации по снижению холодильной мощности на пассивном этапе замораживания .....	127
5.5 Расчет параметров искусственного замораживания для проектируемого горнодобывающего предприятия .....	128
5.6 Выводы по главе .....	132
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....</b>	<b>133</b>
<b>СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ .....</b>	<b>135</b>

## **ВВЕДЕНИЕ**

### **Актуальность темы диссертации**

Строительство шахтных стволов и тоннелей метрополитенов в условиях водонасыщенных и неустойчивых пород осуществляется с использованием специальных способов. Одним из наиболее распространенных специальных способов является искусственное замораживание пород. Цель искусственного замораживания пород заключается в возведении вокруг будущего подземного сооружения защитной конструкции из замороженных пород — ледопородного ограждения (ЛПО). Функции ЛПО заключаются в недопущении затопления подземного сооружения подземными водами и укрепления стенок сооружения до возведения постоянной крепи. Технически замораживание пород осуществляется с помощью замораживающих скважин, пробуренных по периметру проектируемого подземного сооружения.

Исследованием замороженных пород занимались многие ученые, из которых наибольший вклад в изучение данного вопроса внесли Н.А. Цытович, С.С. Вялов, Н.С. Иванов, А.Г. Бровка, А.С. Курилко, Ф.Э. Арэ, О.В. Andersland, F.H. Sayles, T. Wang и др. Отдельно вопросом протекания теплофизических процессов в породах при возведении ЛПО занимались Н.Г. Трупак, А.З. Литвин, И.Д. Насонов, Л.Ю. Левин, М.А. Семин, О.С. Паршаков, М.С. Желнин, М.А. Alzoubi, О.В. Andersland, D.S. Calderón, W. Long, A.F. Zueter, H. Tounsi и др.

Однако большая часть работ, посвященных исследованию и проектированию ЛПО, зачастую не затрагивают вопросов наличия солей в поровой влаге. Данная особенность наиболее выражена для надсолевых толщ вблизи контакта с водозащитной толщей на калийных и соляных месторождениях. Присутствие растворенной соли в замораживаемой породе замедляет фазовый переход поровой воды в лед. За счет смещения фазового перехода в область более низких температур, порода будет охлаждаться немного быстрее по сравнению с ситуацией без соли. При этом содержание незамороженной воды будет стремительно увеличиваться с ростом начального содержания растворенной соли в поровой влаге. С учетом того, что наличие незамороженной воды в породе сильно влияет на ее прочностные свойства, увеличение содержания солей в замораживаемых породах приведет к ухудшению несущей способности ЛПО.

Исследованиями влияния содержания солей в поровой влаге на свойства пород занимались Н.Г. Трупак, В.И. Аксенов, А.В. Брушков, В.Т. Трофимов, П.Е. Пучков, А.З. Литвин, T. Lucas, K.-Q. Li, Z. Xiao и др. Однако, данные исследования основаны на

малом количестве эмпирических данных и зачастую пригодны лишь к задачам мерзлотоведения. По этой причине, на сегодняшний день остаются не до конца изученными вопросы, связанные с влиянием типа и количества растворенных солей на теплофизические и прочностные свойства пород, характерные для месторождений солей. Кроме того, существующие математические модели искусственного замораживания засоленных пород зачастую слишком комплексны и пригодны только для исследований образцов пород, замораживаемых в лабораторных условиях. При этом многие упрощенные модели замораживания засоленных пород не пригодны для моделирования формирования ЛПО.

Вышеперечисленные обстоятельства указывают на актуальность проведения экспериментальных исследований влияния содержания солей в поровой влаге на свойства замораживаемых пород, разработку математической модели искусственного замораживания засоленных пород в шахтных условиях и оценки влияния содержания солей в поровой влаге на формирование и прочность ЛПО для повышения эффективности строительства шахтных стволов и безопасности ведения горных работ.

### **Цель работы**

Разработать и обосновать методику расчета технологических параметров искусственного замораживания влажных засоленных пород для обеспечения безопасности проходки шахтных стволов в сложных гидрохимических и гидрогеологических условиях.

### **Основная идея работы**

Расчет формирования ледопородных ограждений строящихся шахтных стволов в породах, содержащих минерализованную влагу, основывается на математической модели, учитывающей изменение содержания незамороженной воды и снижение гидравлической проницаемости при замораживании влажного засоленного массива.

### **Основные задачи работы**

1. Провести комплексные экспериментальные исследования влияния засоленности поровой влаги на теплофизические и прочностные свойства пород; получить эмпирические зависимости свойств пород различного типа от температуры и содержания растворенной соли.
2. Разработать математическую модель тепло- и массопереноса в системе «замораживающие колонки — порода» и параметризовать ее по данным экспериментальных исследований.
3. Провести многопараметрическое моделирование процесса искусственного замораживания влажных засоленных пород при проходке шахтного ствола и

проанализировать влияние засоленности поровой влаги на распределение температуры в различных породах и основные параметры ледопородного ограждения.

4. Разработать расчетный метод, позволяющий оперативно оценить влияние переноса влаги на формирование ледопородного ограждения.
5. Разработать методику расчета технологических параметров искусственного замораживания пород с учетом засоленности поровой влаги и ее переноса.

**Методы исследований** основаны на структурно-системном подходе к решению поставленных задач, включают в себя анализ и обобщение научного и практического опыта, экспериментальные исследования зависимости теплофизических и прочностных свойств замораживаемых пород от температуры и концентрации растворимых солей, обработку экспериментальных данных, теоретический анализ закономерностей протекания теплофизических процессов в замораживаемых засоленных породах, формулирование математической модели поведения минерализованных пород при их замораживании, ее алгоритмизация и численное компьютерное моделирование, анализ результатов численного моделирования.

**Основные научные положения, выносимые на защиту:**

1. Зависимости свойств влажных засоленных пород различного типа от температуры, построенные по результатам лабораторных экспериментов, позволяют повысить точность моделирования искусственного замораживания пород и прогнозировать влияние минерализации поровой влаги на несущую способность ледопородного ограждения.
2. Математическая модель тепло- и массопереноса во влажном засоленном породном массиве, учитывающая влияние температуры и наличия растворенной соли на содержание незамороженной воды и относительную гидравлическую проницаемость, позволяет описывать нестационарное изменение температурного поля, пространственную неоднородность распределения влажности и содержания соли в процессе формирования и поддержания ледопородного ограждения.
3. Методика расчета искусственного замораживания влажных засоленных пород, основанная на полученных зависимостях основных параметров ледопородного ограждения от содержания соли в породах различного типа, позволяет повысить безопасность проходки стволов в сложных гидрохимических и гидрогеологических условиях.

**Научная новизна:**

1. Получены эмпирические зависимости теплофизических и прочностных свойств во влагонасыщенных образцах глины, мела и песка от содержания растворенной соли и температуры на основе проведенных лабораторных исследований.
2. Определены характерные особенности формирования морозного пучения во влагонасыщенных образцах глины, мела и глинистого песка при наличии в них различного содержания соли.
3. Разработана математическая модель нестационарных тепло- и массообменных процессов в системе «замораживающие колонки – порода», учитывающая влияние засоленности и переноса поровой влаги на замораживание пород.
4. Разработана методика оперативного расчета плоско-параллельной фильтрации поровой влаги, учитывающая обтекание влаги вокруг замораживающих колонок и сомкнутого ледопородного ограждения.
5. Разработана методика расчета технологических параметров искусственного замораживания пород с учетом засоленности поровой влаги.

**Достоверность научных положений, выводов и рекомендаций** подтверждается соответствием фундаментальным физическим законам, сопоставимостью результатов численного моделирования и натурных измерений, соответствием приведенных результатов данным, полученным другими авторами, экспериментальными исследованиями в натурных условиях.

#### **Практическое значение и реализация результатов работы**

Полученные в диссертационной работе результаты могут использоваться при проектировании замораживания влажных засоленных пород. Разработанная методика расчета технологических параметров искусственного замораживания позволит повысить точность и надежность принимаемых проектных параметров ЛПО и параметров системы замораживания. Благодаря предложенным и описанным в работе подходам будет повышена безопасность ведения горных работ при строительстве шахтных стволов во влажных засоленных породах.

Разработанная математическая модель в настоящий момент внедрена в программу FrozenWall, используемую в практике искусственного замораживания пород для мониторинга и контроля состояния ЛПО.

#### **Связь работы с крупными научными программами и темами**

Работа выполнена в соответствии с государственными планами научных исследований ПФИЦ УрО РАН, проводившихся в период 2022–2025 гг. по теме

«Комплексное моделирование геофизических, геомеханических и аэрологических процессов в горнотехнических системах» (регистрационный номер НИОКР: 122030100425-6), с тематикой хоздоговорных работ между ПФИЦ УрО РАН и ОАО «Беларуськалий», ОАО «Белгорхимпром».

Также исследования по теме работы были поддержаны и частично финансировались Министерством науки и высшего образования Пермского края (Соглашение № С-26/563) по проекту Международных исследовательских групп «Исследование влияния миграции минерализованных подземных вод на формирование и механические характеристики ледопородных ограждений строящихся горных выработок», Российским научным фондом по проекту № 19-77-30008 «Разработка теоретических основ и практических методов интеллектуального мониторинга сложных горнотехнических объектов», Министерством науки и высшего образования Российской Федерации в рамках крупного научного проекта (соглашение № 075-15-2024-535 от 23 апреля 2024 г.).

### **Апробация работы**

Научные положения и основные результаты исследований докладывались и обсуждались на VI Всероссийской научно-практической конференции, посвященной памяти чл.-корр. РАН Новопашина М.Д. «Геомеханические и геотехнологические проблемы эффективного освоения месторождений твердых полезных ископаемых северных и северо-восточных регионов России» (г. Якутск, 2021 г.), ежегодной научной сессии «ГИ УрО РАН» (г. Пермь, 2023 г.), XXIII зимней школе по механике сплошных сред ИМСС (г. Пермь, 2023 г.), XXIV зимней школе по механике сплошных сред ИМСС (г. Пермь, 2025 г.), семинаре в рамках научного проекта Международных исследовательских групп по теме «Исследование влияния миграции минерализованных подземных вод на формирование и механические характеристики ледопородных ограждений строящихся горных выработок» (г. Пермь, 2023 г.).

### **Личный вклад автора**

При непосредственном участии автора проведена постановка задач, анализ и обработка результатов экспериментальных исследований в лабораторных условиях, постановка математической модели, настройка ее параметров, валидация и проведение численных экспериментов, обработка и анализ полученных результатов.

Автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю д-ру техн. наук Семину М.А. за формирование научного направления работы, ценные указания и создание уникальной рабочей среды, к.ф.-м.н. Пугину А.В. за ценные

указания, д-р техн. наук, доценту Бровке Г.П. за помощь в подготовке экспериментальных исследований.

### **Публикации**

По теме диссертации опубликовано 11 научных работ, в том числе 9 публикаций в изданиях, входящих в перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, утвержденных Высшей аттестационной комиссией при Министерстве образования и науки Российской Федерации; получен один патент.

### **Объем работы**

Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав и заключения. Работа изложена на 145 страницах машинописного текста, содержит 71 рисунок и 19 таблиц. Список использованных источников состоит из 152 наименований, в том числе 111 зарубежных.

# **1 СОСТОЯНИЕ ИЗУЧЕННОСТИ ВОПРОСА И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ**

## **1.1 Опыт проектирования искусственного замораживания пород на месторождениях калийных и каменных солей**

Теоретические основы расчетов и технологии способа замораживания пород при проходке шахтных стволов были заложены в 20 веке [18], начало которых связывают с исследованиями Трупака Н.Г. [36]. В дальнейшем данная работа получила развитие и в [37] обобщен опыт применения искусственного замораживания при строительстве подземных сооружений на малых и средних глубинах. Также теоретические основы искусственного замораживания при строительстве подземных сооружений и практические аспекты возведения ЛПО рассмотрены в работе [20]. В [14] дано подробное описание проходки ствола Щегловской шахты Кемеровского месторождения угля способом искусственного замораживания. В данной работе подробно описаны предыстория, которая определила применение искусственного замораживания, весь процесс замораживания, проходка с креплением ствола и процесс размораживания. Из зарубежных авторов стоит отметить работу [43], которая посвящена как общим вопросам поведения пород при их замораживании, так и вопросам применения технологии искусственного замораживания для формирования ЛПО с иллюстрацией объектов, на которых применялась технология.

В работе [21] описан опыт применения искусственного замораживания при проходке вертикальных стволов на соляных рудниках. В данной работе отмечены случаи появления водопритоков и возникновение аварийных ситуаций из-за наличия незамороженного многокомпонентного рассола. В некоторых случаях незамороженный рассол имел температуру  $-40^{\circ}\text{C}$ . Отмечается, что причиной этого стала недостаточная изученность вопроса о температурах замерзания сложных многокомпонентных рассолов во время проходки стволов. Это привело к упущениям при разработке проектов по искусственному замораживанию. Кроме того, дополнительные сложности привносило то, что далеко не всегда удавалось поддерживать проектные значения температур.

Наиболее обширное описание проходки шахтного ствола через засоленные породы представлено в работе [25] на примере Соликамской калийной шахты № 2. В данной работе подробно описаны процессы замораживания, проходки и оттаивания пород. Отмечаются множественные случаи водопритоков в ствол и высокая опасность его затопления из-за наличия в породах незамерзших рассолов. При этом замораживание велось при температурах хладоносителя  $-40^{\circ}\text{C}$ . Последующие исследования показали, что рассолы карналлита, обнаруженные в интервале проходки,

практически не замерзают при температурах, достижимых с помощью имевшихся на тот момент холодильных установок (об этом также говорится в ранее упомянутой работе [21]). Замерзание других обнаруженных рассолов при определенной концентрации солей достигалось лишь при температуре  $-40^{\circ}\text{C}$ , что затрудняло дальнейший этап поддержания водонепроницаемого ЛПО во время проходки. Т.о. автором [25] делается вывод, что при замораживании засоленных пород всегда остаются участки с незамороженными рассолами, что может привести к неожиданному затоплению ствола. Также отмечается, что дополнительные сложности при проходке создавало наличие переноса рассолов, что приводило к смещению температурного поля вдоль направления течения и осложняло достижение состояния сомкнутого ЛПО.

В работе [17] обобщен опыт проходки шахтных стволов методом искусственного замораживания, накопленный за XX век при освоении месторождений калийных и каменных солей. В данной работе собраны имеющиеся на тот момент представления о замораживании и прочности пород, содержащих однокомпонентные и многокомпонентные рассолы. Помимо этого, даны рекомендации по расчету технологических параметров системы замораживания, освещены практические аспекты стадии активного замораживания и стадии поддержания ЛПО во время проходки.

В 21 веке применение технологии искусственного замораживания пород становится наиболее востребованным, о чем свидетельствует возросшее количество работ по данной тематике. Однако комплексные исследования вопросов проектирования ЛПО зачастую не приводятся. На этом фоне можно выделить работы отечественных авторов [23, 24, 26]. Работа [23] сосредоточена на разработке параметров безаварийной проходки шахтных стволов буровзрывным способом в искусственно замораживаемых породах. Работа [24] посвящена разработке системы автоматизированного контроля формирования и состояния ЛПО на основе сочетания натурных измерений и математического моделирования. В [26] рассмотрены вопросы комплексного обеспечения безопасности при проходке шахтных стволов с использованием искусственного замораживания. Все отмеченные работы касаются рудников месторождений калийных и каменных солей. При этом, несмотря на отмеченную ранее важность учета минерализации поровой влаги, в приведенных работах фактор наличия в породах растворенной соли в явном виде не рассматривается.

На основе вышеописанного можно заключить, что на сегодняшний день вопросы проектирования искусственного замораживания пород, содержащих рассолы, изучены не до конца и требуют дополнительной проработки с привлечением современной экспериментальной базы и методов математического моделирования.

Проработка этого вопроса опирается во многом на то, насколько глубоко изучены особенности изменения теплофизических и механических свойств пород при их замораживании в присутствии соли. Анализу этих вопросов посвящены следующие параграфы данной главы.

## 1.2 Классификация зон замораживания пород

В процессе искусственного замораживания пород вокруг замораживающих колонок формируется и постепенно увеличивается область отрицательных температур. В этой области в зависимости от теплофизических свойств и типа замораживаемых пород могут присутствовать либо практически чистый лед, либо вода со льдом в определенной пропорции. Поскольку предметом исследования в данной работе являются закономерности временной динамики этой области, важно определиться с основной классификацией и терминологией зон замораживания пород. При этом важно также задаться зоной, с которой начинается формирование ЛПО.

В настоящее время можно найти различные классификации зон замораживания пород. По классификации Н.Г. Трупака [37] замораживаемые породы можно разделить на три зоны:

1. Зона с нормальной температурой породы – зона породы с естественной температурой, характерной для географического района.
2. Зона охлаждения – зона породы с температурой выше нуля, но ниже естественной температуры породы до начала замораживания.
3. Зона льда – зона породы с отрицательной по Цельсию температурой, в которой полностью завершился фазовый переход воды в твердое состояние.

Данная классификация обладает определенными упущениями поскольку при отрицательных температурах лишь часть воды сразу переходит в твердое состояние. Вода в породах находится в связанном (физически или химически удерживаемая в порах), переходном (удерживаемая вблизи поверхности минералов более слабыми связями, чем связная вода, например капиллярными силами) и свободном (находящаяся в порах под действием гравитационных сил) состояниях [35]. При температуре ниже нуля в первую очередь замораживается свободная вода, а при дальнейшем понижении температуры оставшаяся поровая вода продолжает кристаллизоваться, но с меньшей интенсивностью [39, 66]. Ввиду этого иногда используют более детализированную классификацию областей замораживания пород [39, 66, 118]:

1. Область значительных фазовых превращений — при изменении температуры на 1 °С количество незамороженной воды изменяется на 1%. Данная область

характеризуется замерзанием всей свободной воды и частично переходной воды.

2. Переходная область — при изменении температуры на 1 °С количество незамороженной воды изменяется менее 1%, но более 0,1%. В данной области замерзает вся переходная вода.
3. Область практически замерзшего состояния — при изменении температуры на 1 °С количество незамороженной воды изменяется менее 0,1%. Данная область содержит остаточную связную воду, которая существует в виде тонких пленок, адсорбированных на частицах породы.

Таким образом можно видеть, что стадии замораживания, в зависимости от детализации, можно классифицировать различными способами. На основе приведенных выше классификаций в данной работе вводится следующая классификация замораживания пород:

1. Зона нетронутой породы — зона с естественной температурой породы до начала замораживания.
2. Зона охлаждения — температура породы ниже естественной, но выше температуры замерзания поровой воды.
3. Зона промерзания — температура породы ниже температуры замерзания свободной поровой воды (далее по тексту будет обозначаться как «температура замерзания воды»). В данной зоне подразумеваются начало кристаллизации поровой воды и охват периода замораживания свободной и переходной воды. Принимается, что данная зона является началом формирования ЛПО.
4. Зона остаточной воды — зона остаточной воды в виде связного состояния. Количественно предлагается определять аналогично пункту 3 выше приведенной классификации, т.е. воду считать остаточной, если при изменении температуры на 1 °С замерзает менее 0,1% воды.
5. Зона полностью замерзшей воды (зона льда) — зона, в которой вся вода полностью переходит в лед. В инженерной практике сложно осуществимо, т.к. для достижения полного замерзания воды могут потребоваться температуры ниже –70 °С [39].

Использование такой классификации позволяет явно ввести температуру замерзания свободной воды как точку отсчета начала кристаллизации воды. Кроме того, такая классификация не разделяет периоды замерзания свободной и переходной воды, поскольку на практике при возведении ЛПО в этом нет необходимости. Важно

отразить момент, когда замерзла большая часть воды для обеспечения требуемых гидроизоляционных и прочностных свойств ЛПО.

### 1.3 Особенности протекания тепло- и массообменных процессов в замораживаемых породах

Влажные замораживаемые породы представляют собой сплошные пористые многофазные среды, состоящие из компонентов с различными свойствами и фазовым состоянием. Перенос тепла в мерзлых породах осуществляется преимущественно путем кондуктивной и конвективной теплопередачи. Лучистый механизм теплопередачи также имеет место, но он незначителен [12]. Кроме того, на тепловом балансе при замерзании пород значительно сказывается выделение скрытой теплоты в результате фазового перехода воды в лед. В случае искусственного замораживания пород при строительстве шахтных стволов к основным тепловым процессам также добавляется теплообмен с замораживающими колонками и крепью шахтного ствола [26].

Как было указано ранее, при отрицательных температурах поровая вода замерзает не сразу и долгое время может находиться в жидким состоянии из-за удерживания воды в порах физическими или химическими связями. Кроме того, чем более дисперсная (более глинистая) порода, тем большее количество незамороженной воды будет сохраняться в породе при заданной температуре [2, 12, 39] (см. рисунок 1.1).

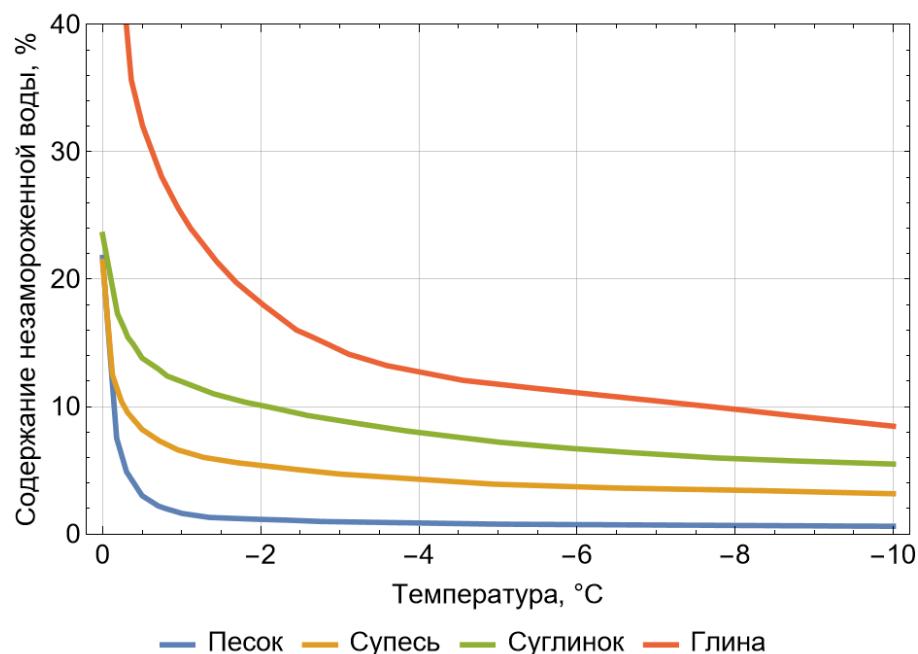


Рисунок 1.1 — Зависимость содержания незамороженной воды от температуры в различных породах [2]

В целом процесс замораживания можно проиллюстрировать диаграммой замораживания поровой воды на рисунке 1.2. В процессе замораживания поровая вода вначале проходит стадию переохлаждения. Во время данной стадии температура воды понижается от изначальной температуры нетронутой породы до температуры замерзания. Однако для начала образования кристаллов льда температуру необходимо еще понизить на несколько градусов до температуры переохлаждения [71]. После достижения температуры переохлаждения процесс замерзания поровой воды проходит стадию повышения температуры — стадию рекалесценции. В течение этой стадии переохлаждение приводит к быстрому кинетическому росту кристаллов льда. [42]. Стадия завершается, когда переохлаждение исчерпывается, и вода достигает своей равновесной температуры замерзания. Далее вода проходит через стадию замораживания свободной воды, во время которой температура воды поддерживается на уровне температуры замерзания [48]. После стадии замерзания свободной воды начинается стадия замерзания связной воды, во время которой температура воды снижается, но все еще продолжается выделение некоторого количества скрытой теплоты льдообразования [39, 48]. После замерзания большей части связной воды ее температура продолжает снижаться, но без выраженного выделения скрытой теплоты льдообразования [39, 48] и практически достигает окружающей температуры [42].

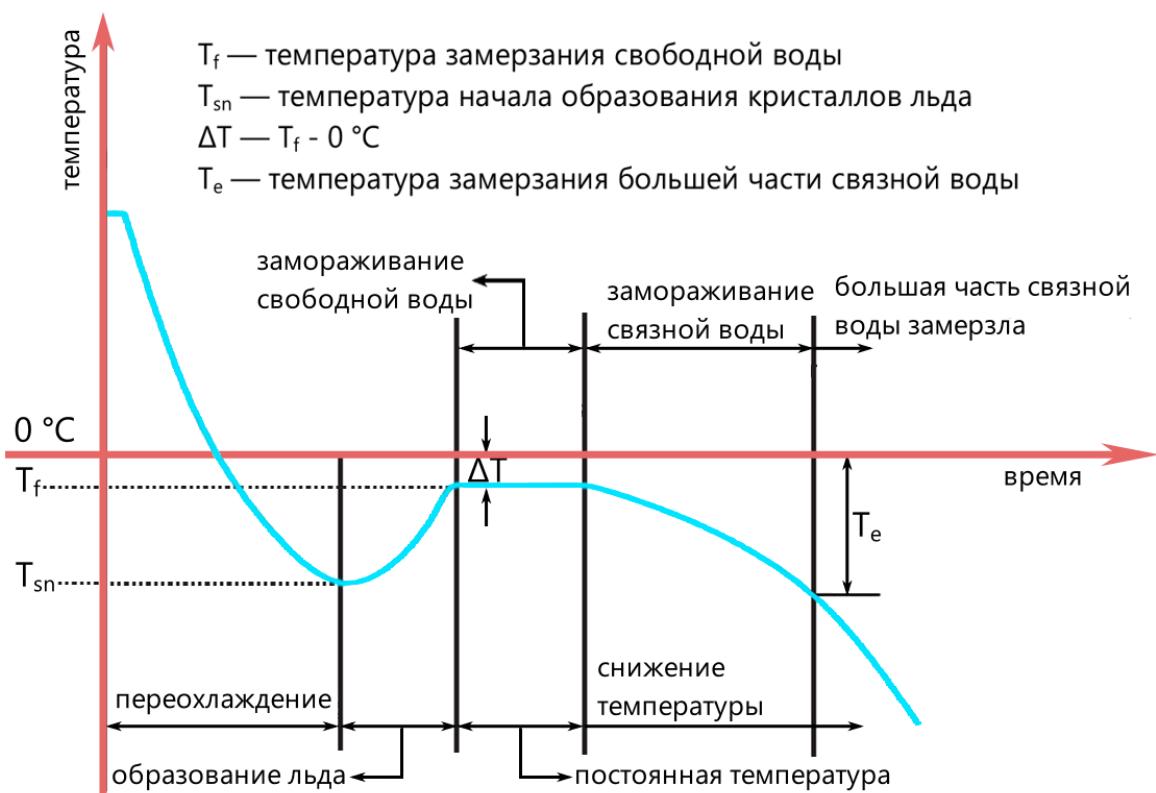


Рисунок 1.2 — Диаграмма замораживания поровой воды [48]

Значительное влияние на процесс замерзания поровой влаги оказывает не только дисперсность породы, но и концентрация растворенных солей в поровой воде. Наличие растворенных солей приводит к снижению температуры замерзания воды и к повышению количества незамороженной воды [39, 42]. Такое поведение замерзания засоленной (минерализованной) влаги исследовано как экспериментально [48, 144], так и теоретически [46]. В случае возведения ЛПО это может негативно сказаться на его несущей способности [32, 100]. Следует также отметить, что в процессе замерзания минерализованной влаги происходит перенос соли из зоны льда в участки с незамороженной влагой (так как кристаллизуется только чистая вода, а соль остается в растворе). Это приводит к увеличению концентрации солей вблизи фронта замораживания и к еще большему снижению температуры замерзания воды [34, 39, 75, 131].

Кроме того, при искусственном замораживании засоленных пород выделяют два возможных фазовых перехода, сопровождающиеся выделением теплоты:

1. Переход поровой воды в лед при понижении температуры до значений ниже температуры замерзания воды. Величина выделяемой теплоты может зависеть от температуры [48].
2. Выпадение в осадок растворенной соли при достижении точки эвтектики (точки термодинамического равновесия твердой и жидкой фаз на фазовой диаграмме) [57].

Также в случае трещиноватых и сильно пористых пород могут возникать массообменные процессы, связанные с миграцией (переносом) влаги, которые будут приводить к интенсификации конвективного теплопереноса в породе. Наиболее обобщенно принцип миграции влаги в промерзающих породах был сформулирован Цытовичем Н. А.: миграция воды в промерзающих влажных породах есть процесс переноса влаги, постоянно возникающий при всяком нарушении равновесного состояния фаз породы и изменениях внешних воздействий [39]. Под внешними воздействиями подразумеваются градиенты температуры, влажности, давления, поверхностной энергии минеральных частиц и т.п. Следует отметить, что миграция влаги происходит преимущественно в промерзающей породе, а в льдонасыщенной породе миграция несущественна [12, 39]. При этом если порода является ненасыщенной, то имеет место миграция пароводяной смеси, тогда как в насыщенных породах основу миграции составляет влага в жидким состоянии [12, 39, 80, 114]. В зависимости от структуры и напряженно-деформированного состояния (НДС) породы миграция влаги в процессе замораживания может происходить как к фронту фазового

перехода (процесс морозного пучения) [13, 39, 40, 103, 120], так и от него (процесс отжатия влаги) [38, 39, 87, 93].

Морозное пучение обычно формируется при замораживании влагосодержащих мелкодисперсных пород (глин). Данный процесс представляет собой сложный механизм взаимодействия различных тепло-массообменных и механических процессов. Протекание морозного пучения сопровождается образованием ледяных прослоек, которые становятся причиной деформации породного скелета, увеличением объема породы и поднятием ее поверхности (см. рисунок 1.3). Все это влияет на протекание теплофизических процессов за счет миграции и перераспределения влаги, а также может негативно сказаться на несущей и гидроизоляционной способности возводимого сооружения.

Температура

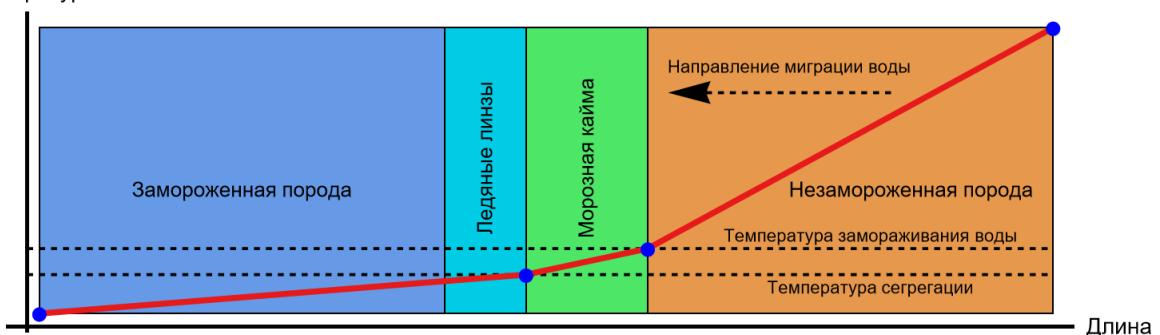


Рисунок 1.3 — Диаграмма замораживания поровой воды и основные этапы формирования морозного пучения

Особое значение для характера морозного пучения имеет факт наличия растворенных солей в поровой влаге [147]. Растворенные соли существенно влияют на гидростатическое давление в поровом пространстве замерзающей влаги за счет понижения точки замерзания и изменения осмотического давления [40]. В работах [9, 41] отмечается, что наличие растворенных солей в замораживаемой породе приводит к снижению интенсивности процессов пучения.

В отличие от морозного пучения, процесс отжатия влаги от фронта фазового перехода обычно свойственен крупнодисперсным породам (пескам). В отличие от морозного пучения, процесс отжатия влаги изучен в значительно меньшей степени и в настоящее время не является предметом исследований. Это можно связать с несколькими факторами: в инженерной практике строительства подземных и надземных сооружений зачастую превалирует формирование морозного пучения, а не отжатия и в целом процесс отжатия влаги не приводит к значительным деформациям породы, характерным для морозного пучения; существующие исследования показывают, что отжатие влаги свойственно лишь песчаным породам [38, 39], это

объясняется малым количеством связной воды и высоким коэффициентом фильтрации в данном типе пород [38]. Таким образом, процесс отжатия влаги от фронта фазового перехода является еще менее изученным, чем морозное пучение.

## 1.4 Исследования теплофизических и механических свойств мерзлых пород

Поскольку искусственное замораживание пород сопряжено с множеством сложных взаимосвязанных тепло-массообменных и механических процессов, то для понимания механизмов их протекания необходимо проведение комплексных экспериментальных исследований свойств пород. Данные исследования включают в себя определение теплофизических и прочностных свойств пород в зависимости от влагосодержания, наличия растворенных солей, размера пор и т.д.

Однако помимо самих экспериментальных исследований важным этапом также является теоретическая интерпретация полученных результатов. Она заключается в их математическом описании, которое бы не противоречило физическим интерпретациям. Данный этап важен не только для понимания общих закономерностей протекания различных процессов при замораживании пород, но также для параметризации численных моделей замораживаемых пород.

### 1.4.1 Теплофизические свойства

Можно выделить следующие основные теплофизические свойства пород, определяемые на этапе предварительных лабораторных исследований: плотность, теплопроводность, удельная теплоемкость, содержание незамороженной воды. Экспериментально определенные значения перечисленных свойств для различных типов мерзлых пород и температур можно найти во множестве источников [10, 35, 49, 51, 67, 133].

На основе обобщения экспериментальных данных были разработаны различные аналитические зависимости для определения теплофизических свойств замораживаемых пород при различном содержании незамороженной воды. В случае удельной теплоемкости наиболее общей на сегодняшней день является смесевая модель, представляющая собой арифметическое среднее компонент породы [30, 51, 92, 127, 129]:

$$\rho c_p = (\rho c)_s \theta_s + (\rho c)_l \theta_l + (\rho c)_i \theta_i, \quad (1.1)$$

где  $\rho$  — плотность влажной породы,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;  $c_p$  — удельная теплоемкость влажной породы при постоянном давлении,  $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$ ;  $\rho_k$  — плотность  $k$ -й компоненты породы,

$\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{°C})$ ;  $c_k$  — удельная теплоемкость  $k$ -й компоненты породы,  $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{°C})$ ;  $\theta_k$  — объемное содержание  $k$ -й компоненты породы,  $\text{м}^3/\text{м}^3$ ;  $s$ ,  $l$ ,  $i$  — твердые сухие частицы породы, вода в жидким состоянии, вода в твердом состоянии (лед).

Для аналитического описания изменения теплопроводности наиболее часто используют следующие модели [24, 61, 90, 135, 148]:

$$\lambda = \lambda_s^{\theta_s} \lambda_l^{\theta_l} \lambda_i^{\theta_i}, \quad (1.2)$$

$$\lambda = \lambda_s \theta_s + \lambda_l \theta_l + \lambda_i \theta_i, \quad (1.3)$$

где  $\lambda$  — теплопроводность влажной породы,  $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{°C})$ ;  $\lambda_k$  — теплопроводность  $k$ -й компоненты породы,  $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{°C})$ . Модель (1.2) является наиболее общеупотребимой, тогда как модель (1.3) больше применима в случае малой разницы между теплопроводностями породы в зоне охлаждения и в зоне льда. Следует также отметить, что в настоящее время все больше появляется моделей, основанных на применении нейронных сетей [97, 132, 151].

Из уравнений (1.1)–(1.3) можно видеть, что основные теплофизические свойства пород напрямую зависят от объемного содержания воды в жидким состоянии. Ввиду этого зависимость содержания незамороженной воды от температуры является наиболее важным параметром, определяющим основу протекания термодинамических процессов при замораживании породы. В силу важности данной зависимости ее исследованиям в различных породах посвящено множество работ даже в настоящее время [65, 76, 99, 101, 106, 142].

Для аналитического описания зависимости содержания незамороженной воды чаще всего применяют эмпирическую степенную функцию [44, 98, 123, 142]:

$$\gamma = \gamma_{res} + a |T - T_l|^b, \quad (1.4)$$

где  $\gamma$  — содержание незамороженной воды,  $\text{м}^3/\text{м}^3$ ;  $T$  — температура влажной породы,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $T_l$  — температура замерзания воды,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $a > 0$ ,  $b < 0$  — материальные константы (определяются экспериментально).

В последнее десятилетие помимо степенной функции (1) активно используется модель ван Генухтена-Муалема [91, 126]:

$$\gamma = \gamma_{res} + (1 - \gamma_{res}) \left[ 1 + \left( \frac{T_l - T}{\omega} \right)^{\frac{1}{1-m}} \right]^{-m}, \quad (1.5)$$

где  $\gamma_{res}$  — остаточное содержание незамороженной воды,  $\text{м}^3/\text{м}^3$ ;  $\omega$ ,  $m$  — материальные константы (определяются экспериментально). По своему физическому

смыслу параметр  $\omega$  является характерной температурой охлаждения, связанной с наиболее часто встречающимся радиусом пор  $R_{ch}$ , а  $m$  — индекс, указывающий распределение радиусов пор вокруг  $R_{ch}$ . Традиционно  $\gamma$  с помощью модели (1.5) записывается не в терминах температуры, а в терминах фазовых давлений. Однако в [127, 150] показано, что разница фазовых давлений может быть выражена через разницу между температурой замерзания воды и фактической температурой породы.

Помимо формул (1.4) и (1.5) для описания содержания незамороженной воды иногда применяются экспоненциальные зависимости. Наиболее известными моделями, использующими экспоненциальную функцию, являются модели Михаловского [88], Маккензи [86], Козловского [70]. Они отличаются степенным показателем под экспонентой. Так, к примеру, в рамках модели Козловского разница температур в показателе экспоненты фигурирует в степени  $\varepsilon$ :

$$\gamma = \gamma_{res} + (1 - \gamma_{res}) \exp \left[ - \left( \frac{T_l - T}{\omega} \right)^\varepsilon \right], \quad (1.6)$$

а в моделях Михаловского и Маккензи — соответственно в первой и во второй степенях.

Иногда содержание незамороженной воды описывается как кусочно-линейная функция от температуры [56, 152]. В некоторых случаях при моделировании теплопереноса в замораживаемых породах предполагается существование четкого фронта фазового перехода поровой воды, что упрощает теоретические выкладки [24, 29, 95]. Такой подход применим, когда в породе содержится малое количество воды, или же когда температурный интервал фазовых превращений воды очень узкий (на несколько порядков меньше характерного перепада температур в решаемой задаче). Это допущение справедливо для песков, однако для глин, суглинков, супесей, мела температурный диапазон замерзания поровой воды обычно очень сильно растянут. Кусочно-линейную зависимость содержания незамороженной воды от температуры можно задать следующим образом [29]:

$$\gamma = \begin{cases} 1, & T \geq T_l \\ \frac{T - T_i}{T_l - T_i}, & T_i < T < T_l, \\ 0, & T_i \geq T \end{cases} \quad (1.7)$$

где  $T_i$  — температура полной кристаллизации воды, °С. Величина  $T_i$  условна, в действительности при данной температуре может оставаться значительное количество незамороженной воды, но принятой величины может быть достаточно для инженерных расчетов.

Как и в случае с теплопроводностью, в настоящее время появляются модели, основанные на использовании нейронных сетей [77, 84, 104]. Ввиду этого можно сделать вывод, что в будущем данное направление при наработке обширной лабораторной базы и подходящих обучающих моделей может дать более общие модели зависимости теплофизических свойств влажных пород от различных факторов.

Как было указано ранее, наличие солей в поровой влаге приводит к тому, что снижается температура замерзания воды и увеличивается содержание незамороженной воды. В связи с этим вопрос влияния различных солей на процесс замораживания поровой влаги имеет важное значение при проходке стволов по засоленным породам.

В настоящее время можно найти множество экспериментальных исследований по влиянию солей на замораживание пород. Например, в работе [48] можно найти исследования зависимости температуры замерзания воды от влагосодержания и концентрации различных солей для глины, песков и лесса при их замораживании до температуры  $-30^{\circ}\text{C}$ . При этом установлено, что в зависимости от типа породы и растворенной соли кривая температуры замерзания воды может быть как линейной, так и экспоненциальной. Также отмечено, что наиболее сильное влияние на температуру замерзания воды оказывает раствор хлорида натрия ( $\text{NaCl}$ ).

В работе [139] приводятся результаты комплексного экспериментального исследования замораживания поровой воды в глине и лессе в зависимости от концентрации различных солей в поровой влаге, начального влагосодержания и от диаметра пор. Кроме того, дана теоретическая интерпретация экспериментальных результатов и выведены формулы для расчета температуры замерзания в зависимости от влияния различных факторов.

В целом из имеющихся исследований можно сделать вывод, что в общем случае зависимость температуры замерзания воды в породах от содержания солей может иметь как линейный, так и нелинейный характер. Это зависит от типа и количества соли в поровой влаге.

В [145] уделено внимание влиянию солей на содержание незамороженной воды и величину остаточной незамороженной воды в породах. На образцах засоленных песчаных и глинистых пород в [34] проведено исследование перераспределения соли при их замораживании. Комплексному исследованию влияния содержания различных солей на протекание фазового перехода в процессе циклов замораживания и оттаивания пород посвящена работа [128].

В работе [68] описаны экспериментальные исследования кинетики замораживания раствора поваренной соли с помощью дифференциальной

сканирующей калориметрии. При рассмотрении процесса замораживания раствора в порах диаметром 6,5 и 11,3 нм отмечается отсутствие характерных скачков тепловыделений при эвтектической температуре  $-21,2^{\circ}\text{C}$ , связанное с кристаллизацией избыточной соли. Аналогичные выводы получены в работе [128]. При этом в ситуации замораживания нестесненного раствора поваренной соли (в большом сосуде), до температур ниже  $-21,2^{\circ}\text{C}$ , присутствует пик тепловыделений, связанный с эвтектическим фазовым переходом избыточного раствора [57, 68]. Авторы [68] связывают такой феномен с перераспределением ионов  $\text{Na}^+$  в объеме раствора, находящегося в порах [54]. Вероятно, эвтектический переход соли из растворенного в кристаллическое состояние происходит при более низких температурах или более высоких содержаниях соли, чему можно найти подтверждение в [138]. Однако обширных исследований данного вопроса в литературе нет.

#### 1.4.2 Механические свойства

Породы из-за наличия в них льда и незамороженной воды обладают выраженным реологическими свойствами, сильно зависящими от температуры, и в целом рассматриваются как упруго-вязко-пластические тела [8, 19, 39]. В связи с этим наибольшее внимание посвящено реологии замороженных пород.

Наиболее активное изучение механических свойств мерзлых пород было начато еще в прошлом веке. Например, в работах Н.А. Цытовича, С.С. Вялова и их соавторов можно найти обширную экспериментальную базу по изучению ползучести и длительной прочности мерзлых пород [8, 39]. В ходе теоретической интерпретации экспериментальных результатов была получена зависимость между напряжениями и деформациями в мерзлых породах при постоянной нагрузке [7, 19, 39, 72]:

$$\varepsilon = \left[ \frac{\sigma t^\lambda}{\zeta(T)} \right]^{\frac{1}{m}}, \quad (1.8)$$

где  $\varepsilon$  — деформации;  $\sigma$  — одноосное напряжение, Па;  $t$  — время нагружения, с;  $T$  — температура породы,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $m$  — коэффициент упрочнения ( $< 1$ );  $\zeta$  — материальный параметр, зависящий от типа породы и температуры (определяются экспериментально).

Для предела прочности (временного сопротивления) на сжатие была получена следующая обобщенная формула [19, 37, 39]:

$$\sigma_{\text{пп.}}^{\text{сж}} = \sigma_0^{\text{сж}} + cT^n, \quad (1.9)$$

где  $\sigma_{\text{пп.}}^{\text{сж}}$  — предел прочности на сжатие мерзлой породы, Па;  $\sigma_0^{\text{сж}}$  — предел прочности породы при температуре замерзания воды, Па;  $c$  — параметр, зависящий от типа

породы, продолжительности действия нагрузки и других факторов (определяется экспериментально);  $n$  — параметр, который зависит от типа породы. Значение параметра  $n$  для песков средней крупности составляет 0,5, а в случае пылеватых песков и глин — 1 [19, 37, 39].

При этом в настоящее время исследование механических свойств мерзлых пород продолжается и можно найти различные экспериментальные исследования и их теоретические интерпретации. Например, в [109] представлена большая экспериментальная база по различным конфигурациям нагружения искусственно замораживаемых крупнозернистых пород, а также дана теоретическая интерпретация полученных результатов. В целом полученные теоретические выкладки можно назвать модификацией уравнений, полученных С. С. Вяловым.

В работе [143] приводится экспериментальное исследование зависимости предельной прочности на сжатие от температуры для ила. Полученные в данной работе результаты коррелируют с уравнением (1.9).

В работе [119] исследовалось снижение прочности и формирование трещиноватости мерзлой глины в зависимости от величины всестороннего давления и влагосодержания. Показано, что с увеличением всестороннего давления или влагосодержания прочность на сжатие сначала увеличивается до максимального значения, а затем начинает снижаться. В это же время начинается активный рост микротрещин.

В работе [137] приведены результаты экспериментальных исследований механических свойств крупнозернистых пород при различной величине трехосной нагрузки и температуре пород  $-6^{\circ}\text{C}$ . Также экспериментально исследован эффект региляции — таяния льда при определенной нагрузке и его обратной кристаллизации при снятии нагрузки. Данна теоретическая интерпретация данного явления с помощью модификации уравнений Кулона-Мор.

Как и в случае с теплофизическими свойствами, важным является вопрос о влиянии растворенных солей в породах на их механические свойства. Исследование механических свойств пород, содержащих растворенную соль, затрагивается во многих работах в области мерзлотоведения. В [78] изучались вопросы влияния температуры и остаточного влагосодержания на прочностные свойства пород. В данной работе установлено, что при увеличении содержания воды и снижении температуры ее замерзания прочность на сжатие и максимальная деформация мерзлых засоленных пород возрастают, а характеристики хрупкого разрушения усиливаются. При температуре ниже  $-15^{\circ}\text{C}$  степень промерзания резко возрастает с понижением

температуры. Кроме того, увеличение пористости мерзлых засоленных пород линейно изменяется в зависимости от содержания воды и температуры.

Работа [69] сосредоточена на анализе временной динамики прочностных свойств замороженных пород. Результаты работы позволили получить обобщенные уравнения для прогнозирования параметров прочности и ползучести пород в зависимости от температуры и засоленности.

Изменение физико-механических и прочностных свойств в условиях многоцикловой температурной нагрузки исследовалось в [53, 58]. Из данных работ следует, что при 5–10 циклах замораживания-оттаивания засоленные породы проявляют деформационное упрочнение. При дальнейшем увеличении циклов прочность пород снижается. Так же показано, что с увеличением засоленности прочность пород в целом снижается, однако деформационное упрочнение в районе 5–10 циклах замораживания-оттаивания сохраняется.

Влияние количества растворенной соли на прочностные свойства мерзлых пород детально не анализировалось на количественном уровне, за исключением работы [72]. В данной работе для восьми различных содержаний солевого раствора определялись сцепление и угол внутреннего трения для замороженных образцов глин и суглинков, отобранных из верхнеплейстоценовых и среднеплейстоценовых морских отложений салехардской свиты. Применительно к ЛПО, влияние растворенной соли на прочностные свойства замороженных пород отмечалось только на качественном уровне в работе [63].

В существующих работах исследования проводились в основном на таких образцах пород как глина, песок, суглинки. В то же время мел, который очень часто встречается в интервале замораживаемых пород при строительстве стволов калийных рудников [111], в существующих работах не рассматривался.

Из проведенного анализа исследований теплофизических и механических свойств пород можно сделать вывод, что большая часть исследований относится к общим вопросам мерзлотоведения и лишь небольшая часть исследований связана непосредственно с искусственным замораживанием и еще меньше непосредственно с задачами формирования ЛПО. Причина этого — в особенностях искусственного замораживания: более высокие температурные перепады, более быстрое изменение льдистости пород с течением времени, более высокие величины горного и гидростатического давлений вследствие большей глубины. Данные факторы затрудняют проведение экспериментальных исследований, т.к. воспроизведение похожих условий в лабораторных исследованиях затруднено, а проведение натурных

исследований обычно вовсе невозможна. Кроме того, на сегодняшний день остается открытым вопрос о влиянии растворенных солей на теплофизические и на механические свойства пород.

## 1.5 Исследования формирования морозного пучения

Как отмечалось выше, проблема морозного пучения является важной с точки зрения инженерной практики строительства. По этой причине исследованиям данного физического процесса в настоящее время отведено особое внимание.

История изучения морозного пучения напрямую связана с историей изучения мерзлых пород в целом. По этой причине активные исследования морозного пучения были начаты в 20 веке. Первые гипотезы о природе данного явления были сформулированы в работах [33, 120]. В разное время предложено множество гипотез и теорий, объясняющих основные движущие силы морозного пучения: капиллярные силы, разница осмотических давлений, термодинамическое равновесие между льдом и водой, кривизна границы раздела «лед-вода», криогенное всасывание при росте ледяной линзы и другие механизмы [40].

В работе Н.А. Цытовича приведены результаты экспериментальных исследований по миграции влаги при замораживании пород и обобщен опыт прошлых исследований. Были предложены различные концепции движущих сил миграции воды. На основе данных концепций был сформулирован общий принцип миграции влаги в мерзлых породах, о котором упоминалось ранее. Также на основе проведенных исследований показано, что в зависимости от типа породы может происходить как формирование морозного пучения, так и выдавливание воды от фронта фазового перехода.

Обобщением исследований миграции влаги в породах в целом и морозного пучения в частности стало введение полного потенциала поровой влаги — величины, описывающей относительную удельную свободную энергию поровой влаги.[1, 11]:

$$\psi = \psi_p + \psi_m + \psi_o + \psi_e + \psi_T + \dots, \quad (1.10)$$

где  $\psi$  — полный потенциал поровой влаги;  $\psi_p$  — потенциал давления;  $\psi_m$  — капиллярный (матричный) потенциал;  $\psi_o$  — осмотический потенциал;  $\psi_e$  — потенциал внешнего механического воздействия;  $\psi_T$  — температурный потенциал. Единицы измерения потенциалов зависят от контекста, но обычно это единицы давления — Па или м вод. ст.

При этом исследования различных аспектов формирования морозного пучения продолжаются и сегодня. Например, в работе [62] экспериментально исследовано влияние режима замораживания глины на интенсивность морозного пучения. Показано, что при циклическом замораживании можно достичь снижения интенсивности морозного пучения до 59%. Однако циклическое замораживание может привести также к снижению прочностных свойств ЛПО, поэтому в первоначальный период замораживание необходимо осуществлять в постоянном режиме. Подобное исследование теоретически было проведено ранее в работе [102].

В работе [83] на примере каолина проведены экспериментальные исследования по оценке влияния влагосодержания и плотности сухой породы на интенсивность морозного пучения. Показано, что с ростом влагосодержания породы интенсивность морозного пучения растет из-за большего наличия свободной мигрирующей воды. При этом с увеличением плотности сухой породы интенсивность морозного пучения снижается из-за меньшего количества пор. Обе зависимости показывают линейный характер. Также на основе модели Мизогучи получены формулы для расчета движения фронта замораживания и установлена линейная зависимость между температурой замерзания воды и матричным всасыванием.

Исследование [60] затрагивает вопрос влияния матричных и осмотических потенциалов на количество незамороженной воды. Установлено, что в минеральных породах количество незамороженной воды регулируется осмотическим потенциалом, тогда как в гумусных слоях регулирование происходит как за счет матричного, так и осмотического потенциалов. Величина последнего может составлять 20–60 % от суммарного потенциала.

Особое значение для характера морозного пучения имеет присутствие растворенных солей в поровом пространстве влажных пород [147]. Растворенные соли существенно влияют на гидростатическое давление в поровом пространстве замерзающей влаги за счет понижения температуры замерзания воды и изменения осмотического давления [40]. В работах [9, 41] отмечается, что наличие растворенных солей в замораживаемой породе приводит к снижению интенсивности процессов пучения. В работе [115] исследовано влияние соли  $\text{NaHCO}_3$  на матричное всасывание в ненасыщенных породах. Показано, что при увеличении концентрации  $\text{NaHCO}_3$  матричное всасывание по абсолютной величине вначале снижается до некоторого минимума, а затем, при дальнейшем увеличении концентрации соли, начинает увеличиваться. Работа [50] показала аналогичный результат, но уже для соли  $\text{NaCl}$ .

Кроме того, в данной работе показан монотонный рост осмотического всасывания по абсолютной величине при увеличении концентрации NaCl.

Следует отметить, что несмотря на имеющуюся большую экспериментальную и теоретическую базу до сих пор нет точных представлений об основных факторах, приводящих к формированию морозного пучения. Кроме того, слабо освещен вопрос влияния солей на морозное пучение при искусственном замораживании. Также большая часть работ по морозному пучению рассматривает замораживание при воздействии вертикального градиента температур, что больше характерно для естественного замораживания. В контексте искусственного замораживания, особенно при строительстве шахтных стволов, градиент температур преимущественно радиальный [24, 29]. По этой причине формирование морозного пучения будет иметь совершенно иной характер, чем при вертикальном замораживании. Это приводит к необходимости проведения исследований по формированию морозного пучения под воздействием горизонтального градиента температур.

## 1.6 Математические модели замораживания пород

Замораживание пород связано как с теплопереносом, так и с массопереносом за счет переноса поровой влаги. Одна из первых моделей замораживания пород, сопряженно учитывавшая оба механизма переноса, представлена в 1973 году в работе Б. Л. Харлана [59]. В данной работе тепло- и массоперенос рассмотрен для одномерного случая и представлен следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial((c\rho)_{\text{eff}} T)}{\partial t} + c_l \rho_l \frac{\partial(vT)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right), \quad (1.11)$$

$$\frac{\partial(\rho_l \theta_l)}{\partial t} + \Delta S = \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho_l K \frac{\partial \psi}{\partial x} \right), \quad (1.12)$$

$$(c\rho)_{\text{eff}} = H - L \rho_i \frac{\partial \theta_i}{\partial T}, \quad (1.13)$$

где  $T$  — температура породы,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $t$  — время, с;  $c_l$  — удельная теплоемкость жидкой фазы, Дж/(кг· $^{\circ}\text{C}$ );  $\rho_l$ ,  $\rho_i$  — плотность жидкой фазы и фазы льда, кг/ $\text{м}^3$ ;  $v$  — скорость фильтрации жидкой фазы, м/с;  $x$  — положение в системе координат, м;  $\lambda$  — теплопроводность породы, Вт/(м· $^{\circ}\text{C}$ );  $\theta_l$ ,  $\theta_i$  — объемное содержание жидкой фазы и фазы льда,  $\text{м}^3/\text{м}^3$ ;  $S$  — изменение массы льда за единицу времени, кг/( $\text{м}^3\cdot\text{s}$ );  $K$  — гидравлическая проницаемость породы, м/с;  $\psi$  — полный потенциал поровой влаги,

аналогичный уравнению (1.10), м;  $H$  — удельная объемная энталпия породы, Дж/м<sup>3</sup>;  $L$  — удельная теплота кристаллизации воды, Дж/кг.

Следует отметить, что уравнение (1.12) представляет из себя модифицированное уравнение Ричардса, предложенное им в 1931 году для описания переноса влаги в пористых ненасыщенных средах [107]. В настоящее время данное уравнение все также пользуется популярностью при описании переноса влаги в замораживаемых породах [121, 134, 149]. Однако из-за высокой вычислительной сложности и непредсказуемости численного решения данное уравнение сводится и решается либо относительно потенциалов [116, 122], либо относительно объемного содержания жидкой фазы [121].

Также в настоящее время в рамках искусственного замораживания стали приобретать популярность комплексные сопряженные термогидромеханические (ТГМ) модели. Одна из первых полностью сопряженных ТГМ моделей представлена в работе [96]. В данной работе учитываются различные геологические и геотехнические процессы при замораживании, включая упругопластическое поведение пород и формирование морозного пучения. Однако применение модели было ограничено двумерной постановкой. Похожая модель использовалась в работе [11] для моделирования искусственного замораживания при возведении ЛПО вокруг шахтного ствола. Отличие от модели в [96] заключается в полностью трехмерной постановке и во введении дополнительного неупругого слагаемого в объемное деформирование пород, вызванное силами морозного пучения. Кроме того, в данной работе смоделировано изменение НДС породы при ее выемке в процессе проходки шахтного ствола. Использование трехмерной ТГМ модели для шахтных условий также рассмотрено в работе [125]. В данной работе внимание сосредоточено на замораживании и деформировании пород около замораживающих колонок для условий урановой шахты Cigar Lake. Для моделирования механического состояния пород в мерзлой и талой зонах использован подход поромеханики с учетом тензора эффективных напряжений по Терцаге.

Также существует несколько ТГМ моделей, учитывающих наличие растворенных солей в поровом пространстве пород. Например, ТГМ модель из [125] была в дальнейшем модифицирована с учетом наличия растворенной соли в породах, но применение новой модели ограничилось лишь ее верификацией с лабораторными образцами [124], поскольку подземные воды шахты Cigar Lake являются пресными. В работе [148] разработана сопряженная одномерная ТГМ модель замораживания засоленной породы, которая помимо учета теплопереноса, переноса влаги и соли, также учитывает образование ледяных линз и их влияние на тепло-механические свойства

пород и образование морозного пучения. Однако применение данной модели также ограничилось лишь применением для лабораторных условий. Похожая модель представлена в [136], однако в данной работе реализован более сложный учет фазового перехода, включающий в себя тепловыделение от фазовых превращений между водой и льдом и тепловыделение при выпадении соли в осадок после достижения точки эвтектики.

Из проведенного анализа ТГМ моделей можно сделать вывод, что их применение зачастую ограничивается лишь малыми областями замораживания или рассматривается лишь на примере лабораторных образцов. Это связано в первую очередь с их громоздкостью и сложностью в реализации, вследствие чего их проблематично использовать для задач исследования, проектирования и контролирования формирования ЛПО. Отдельно стоит отметить случай контролирования формирующегося ЛПО, поскольку в этом случае требуется проведение оперативного расчета температурного поля на объемных вычислительных сетках при калибровке множества теплофизических параметров по экспериментальным данным в контрольно-термических скважинах [24]. По этим причинам для задач моделирования ЛПО необходимы модели, которые просты в реализации, менее требовательны к вычислительным ресурсам и количеству калибруемых параметров. Но при этом данные модели должны содержать в себе учет наиболее значимых физических процессов при искусственном замораживании и формировании ЛПО. Необходимо также отметить, что многие ТГМ модели рассматривают зачастую только упругое деформирование пород, тогда как в случае критического состояния ЛПО наиболее важно рассматривать нелинейные и пластические деформации.

Упрощением может стать отказ от явного механического моделирования, т.е. решать сопряженную термогидравлическую (ТГ) задачу. Обычно такие модели основаны на уравнении баланса энергии для расчета температуры, уравнении баланса массы и уравнении Дарси для расчета переноса влаги. За частую данные модели применяются для моделирования формирования ЛПО при наличии плоско-параллельного движения влаги [81, 100, 130, 141]. Наличие растворенных солей в ТГ модели обычно учитывается добавлением уравнения переноса соли, а уравнение баланса массы зачастую рассматривается в форме ранее упомянутого уравнения Ричардса [47, 85, 105, 121].

В случае слабопроницаемых пород модели замораживания можно еще упростить, исключив перенос влаги. В этом контексте важно отметить работу ученых Горного института УрО РАН, которые реализовали данную постановку в программе

FrozenWall, предназначеннной для инженерного расчета поля температуры и параметров ЛПО [3, 15, 16]. При этом в данном комплексе есть возможность расчета в ТГ постановке [26]. Однако в данной программе учёт содержания незамороженной воды реализован в виде кусочно-линейной зависимости, аналогичной (1.7), из-за чего для некоторых пород требуется частая калибровка их теплофизических свойств во времени. Также программа не позволяет явно учитывать наличие растворенных солей в породах.

В рамках данного обзора следует отдельно выделить масштабную работу [79]. В ней сделан обзор сопряженных термогидравлических, термомеханических, гидромеханических, термогидромеханических, термогидрохимических и термогидромеханохимических моделей, используемых для моделирования процессов в замороженных породах. В работе представлен комплекс моделей и подходов, которые наиболее часто встречаются в исследовательской и инженерной практике. Кроме того, сделан обзор различных применяемых численных методов для решения того или иного типа задач.

Исходя из проведенного анализа математических моделей замораживания пород можно констатировать, что данное направление с прошлого века получило сильное развитие. К настоящему моменту имеется большое разнообразие моделей, учитывающих те или иные физические процессы в замораживаемых породах. Однако наметившаяся тенденция к усложнению моделей приводит к тому, что они остаются применимы только для условий лабораторных экспериментов или малых участков пород в натурных условиях. При этом существующие упрощенные модели порой не обладают достаточной детализацией для учета важных физических факторов при формировании ЛПО, таких как формирование морозного пучения и наличие растворенных солей. Кроме того, зачастую моделирование морозного пучения ограничивается одномерным случаем в вертикальном направлении, что в меньшей степени характерно в задачах формирования ЛПО.

## 1.7 Цель и задачи исследования

На основании изложенного выше сформулирована основная **цель работы**:

Разработать и обосновать методику расчета технологических параметров искусственного замораживания влажных засоленных пород для обеспечения безопасности проходки шахтных стволов в сложных гидрохимических и гидрогеологических условиях.

Для достижения поставленной цели требуется решение следующего ряда задач:

1. Провести комплексные экспериментальные исследования влияния засоленности поровой влаги на теплофизические и прочностные свойства пород; получить эмпирические зависимости свойств пород различного типа от температуры и содержания растворенной соли.
2. Разработать математическую модель тепло- и массопереноса в системе «замораживающие колонки — порода» и параметризовать ее по данным экспериментальных исследований.
3. Провести многопараметрическое моделирование процесса искусственного замораживания влажных засоленных пород при проходке шахтного ствола и проанализировать влияние засоленности поровой влаги на распределение температуры в различных породах и основные параметры ледопородного ограждения.
4. Разработать расчетный метод, позволяющий оперативно оценить влияние перенос влаги на формирование ледопородного ограждения.
5. Разработать методику расчета технологических параметров искусственного замораживания пород с учетом засоленности поровой влаги и ее переноса.

## **2 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ СВОЙСТВ ЗАМОРАЖИВАЕМЫХ ПОРОД И ФОРМИРОВАНИЯ МОРОЗНОГО ПУЧЕНИЯ**

### **2.1 Исследование влияния температуры и содержания растворенных солей на фазовый состав воды, теплофизические и прочностные свойства замораживаемых пород**

Для выявления характерных особенностей протекания теплофизических процессов в породах, а также для дальнейшей оценки их несущей способности при замораживании проведены экспериментальные исследования по выявлению зависимости теплофизических и механических свойств пород от температуры и величины концентрации соли в поровой влаге. Результаты исследований данной главы диссертационной работы публиковались в работах [27, 28, 31, 49, 112, 113].

#### **2.1.1 Подготовка образцов**

В качестве исследуемых выбраны горные породы, характерные для горизонтов участков проходки шахтных стволов, в поровой влаге которых часто содержатся соли. Таким образом, для исследований были выбраны следующие породы: глина, мел и песок. В качестве соли был выбран хлорид натрия, часто встречающийся в поровой влаге водоносных горизонтов калийных рудников.

Для выявления закономерностей влияния солей на фазовый состав воды и теплофизические свойства горных пород образцы исходного состава должны быть максимально идентичны. По этой причине исследования проводились на образцах нарушенной структуры (пастах) при влажности и плотности, соответствующих образцам естественного сложения.

Для этого отобранный материал каждой породы сначала был измельчен с помощью лабораторной мельницы и просеян через сито с диаметром ячейки 5 мм, а затем тщательно перемешан, помещен в герметичную упаковку и выдержан в течение одной календарной недели. Предварительные опыты показали, что этого времени достаточно для равномерного распределения влаги по всему объему образца. Только после этого определялось влагосодержание материала, которое считалось исходным [4].

Весь материал каждой породы был разделен на девять равных частей, которые также помещены в герметичную упаковку. Для каждой из этих частей была рассчитана масса воды, которую необходимо было внести, чтобы получить три образца с влагосодержанием  $w_1 = 0,17$  кг/кг; три – с  $w_2 = 0,21$  кг/кг и три – с  $w_3 = 0,26$  кг/кг. В три из них дистиллированная вода была внесена без добавок в количестве,

необходимом для получения влагосодержаний  $w_1$ ,  $w_2$  и  $w_3$ . Температура замерзания воды в этих образцах соответствовала температуре замерзания в идентичной породе ненарушенной структуры с таким же влагосодержанием.

Для каждого из шести оставшихся образцов рассчитана масса хлорида натрия, которую необходимо было внести в образец, чтобы понизить температуру замерзания поровой воды на 2 °С и 4 °С. Порошкообразный хлорид натрия вносился в образец до добавления воды. Образец интенсивно перемешивался, а затем в него добавлялся дистиллят.

Было приготовлено три партии пород с влагосодержанием  $w_1 = 0,17$  кг/кг,  $w_2 = 0,21$  кг/кг и  $w_3 = 0,26$  кг/кг. Каждая партия содержала по одному образцу, температура замерзания воды в котором не отличалась от исходной, и по два образца, в которые внесен хлорид натрия. Один образец с пониженней температурой замерзания воды на 2 °С и один – на 4 °С. Были также подготовлены по аналогичной процедуре образцы мела при влагосодержании 0,25 кг/кг.

### 2.1.2 Методы проведения замеров

Исследования проводились на базе лаборатории физико-химической механики природных дисперсных систем Института природопользования НАН Беларуси, в которой разработан комплекс приборов, предназначенных для исследования фазового состава воды и теплофизических характеристик мерзлых пород.

В качестве исследуемых теплофизических свойств рассматривались: содержание незамороженной воды, температура замерзания воды, удельная теплоемкость и теплопроводность пород. Для определения содержания незамороженной воды, температуры замерзания воды и удельной теплоемкости была использована калориметрическая установка (см. рисунок 2.1), которая работает по принципу создания адиабатических условий или условий контролируемого теплообмена вокруг калориметрического стакана с исследуемым образцом. Данная установка позволяет определять исследуемые параметры при положительных и отрицательных температурах, а также исследовать зависимость количества незамороженной воды при циклах замораживания и оттаивания. Точность измерения температуры составляет ±0,01 °С, относительная погрешность определения теплоты фазового перехода – ±1 %.

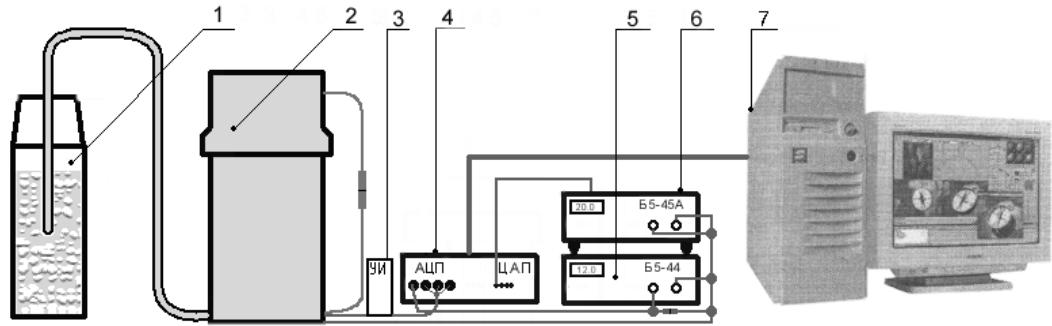


Рисунок 2.1 — Схема калориметрической установки: 1 — ноль-термостат, 2 — калориметр, 3 — блок усилителей постоянного тока, 4 — блок АЦП и ЦАП, 5 — источник питания калориметра, 6 — источник питания охранных стаканов, 7 — системный блок

Экспериментально измеренные массы воды и льда в образце использовались для расчета количества незамороженной воды по формуле:

$$w = \frac{G_w - G_i}{G_s}, \quad (2.1)$$

где  $w$  — количество незамороженной воды, кг/кг;  $G_w$  — масса воды в образце, кг;  $G_i$  — масса льда в образце, кг;  $G_s$  — масса сухого скелета породы, кг.

Удельная теплоемкость сухого скелета породы вычислялась по формуле:

$$c_s = (1 + w_0) c_{meas} - w c_w = (w_0 - w) c_i - L \frac{dw}{dT}, \quad (2.2)$$

$$c_{meas} = \frac{\Delta Q_{meas} - C_{cal} \Delta T}{G_{\Sigma} \Delta T}, \quad (2.3)$$

где  $c_s$  — удельная теплоемкость сухого скелета, Дж/(кг·°C);  $c_{meas}$  — измеренная эффективная удельная теплоемкость образца породы (с учетом фазового перехода влаги), Дж/(кг·°C);  $c_w$ ,  $c_i$  — удельные теплоемкости воды и льда, Дж/(кг·°C);  $C_{cal}$  — теплоемкость пустого калориметра, Дж/°C;  $w_0$  — начальная влажность породы, кг/кг;  $L$  — удельная теплота фазового перехода влаги, Дж/кг;  $Q_{meas}$  — количество теплоты, необходимое для подвода к калориметру, чтобы его температура изменилась на  $\Delta T$ , Дж;  $G_{\Sigma}$  — суммарная масса влажного материала (скелет + вода + лед), кг.

Теплопроводность пород определялась с помощью уникальной разработанной установки (см. рисунок 2.2), которая позволяет определить коэффициент теплопроводности методом стационарного теплового режима в талом и мерзлом состояниях. Особенности устройства заключаются в использовании оригинальных

датчиков теплового потока, вмонтированных в металлические корпуса теплообменников. Это позволяет усреднять температурное поле в плоскостях измерений и защищать датчики теплового потока и температуры от механических и физико-химических повреждений. Относительная погрешность определения теплопроводности составляет 6 %.

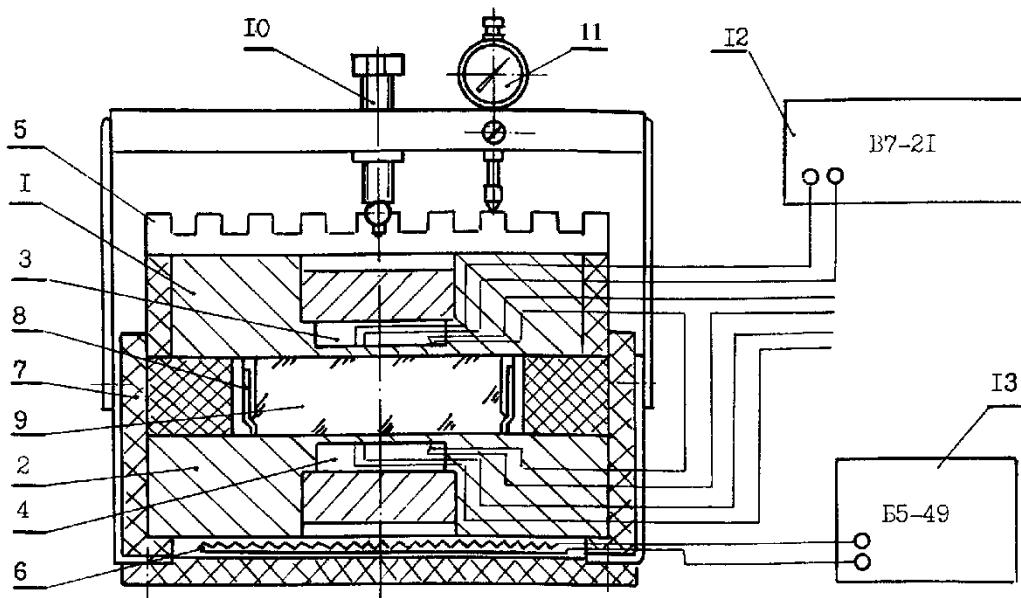


Рисунок 2.2 — Схема устройства для определения коэффициентов теплопроводности пород: 1, 2 — теплообменники, 3, 4 — датчики теплового потока, 5 — радиатор, 6 — нагревательный элемент, 7 — теплоизоляция, 8 — кассета, 9 — образец исследуемой породы, 10 — прижимной винт, 11 — индикатор часового типа, 12 — вольтметр цифровой, 13 — источник постоянного тока

Вычисление коэффициента теплопроводности осуществлялось в стационарном тепловом режиме исследуемого образца по показаниям сигналов датчиков теплового потока с двух теплообменников, один из которых располагается сверху образца, второй — снизу. Перед непосредственным вычислением коэффициента теплопроводности образцов определялись градиуровочные параметры на основе эталонного образца по формулам:

$$\bar{q} = \frac{Q_2}{Q_1}, \quad (2.4)$$

$$K = \frac{\lambda_{ref} \cdot \Delta T}{(\bar{q} \cdot q_1 + q_1) \cdot h}, \quad (2.5)$$

где  $\bar{q}$  — отношение величины тепловых потоков верхнего и нижнего теплообменников;  $Q_1$  и  $Q_2$  — соответственно тепловые потоки нижнего и верхнего теплообменников в стационарном тепловом режиме,  $\text{Вт}/\text{м}^2$ ;  $\lambda_{ref}$  — коэффициент

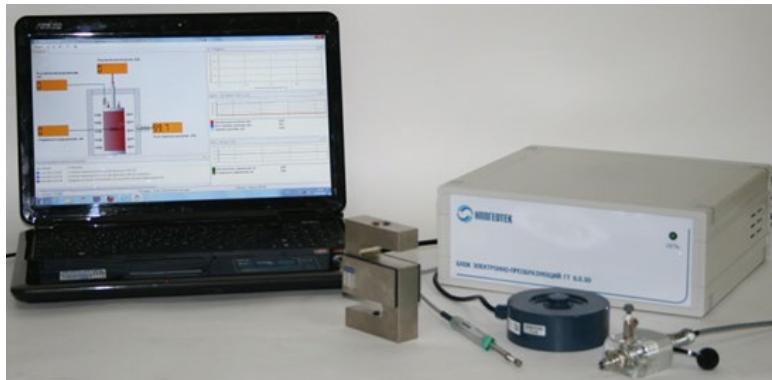
теплопроводности эталонного образца;  $\Delta T$  — разница температур теплообменников, °С;  $h$  — высота образца, м.

В итоге коэффициент теплопроводности образцов породы определялся следующей формулой:

$$\lambda = K \frac{\bar{q} \cdot q_1 + q_1}{\Delta T} h. \quad (2.6)$$

Для испытания горных пород на одноосное сжатие использовался автоматизированный испытательный комплекс приборов «АСИС» ООО НПП «Геотек» (см. рисунок 2.3). В комплекс входит устройство осевого нагружения, приспособление одноосного сжатия, камера для испытаний образцов пород методом трехосного сжатия при заданном боковом давлении, нагнетатель для создания бокового давления в камере трехосного сжатия. Комплекс включает оригинальное программное обеспечение для проведения автоматизированного испытания пород.

а)



б)



Рисунок 2.3 — Измерительная система АСИС (а) и устройство осевого нагружения (б)

Указанные приборы использовались для испытания образцов пород при определении условно-мгновенного предела прочности и длительной прочности на одноосное сжатие, а также для сдвиговых испытаний. Основным достоинством комплекса является возможность задания автоматизированного режима испытаний и регистрации деформаций и нагрузок с помощью программных средств. При этом, в условиях условно-мгновенных испытаний, скорость деформации может задаваться в

диапазоне от 0,0001 мм/мин до 10 мм/мин, а в условиях длительных испытаний реализована автоматическая смена ступеней нагружения до достижения заданной предельной деформации. Комплекс позволяет задавать вертикальную нагрузку до 50000 Н и измерять вертикальную деформацию образца до 50 мм с точностью  $\pm 0,2\%$  и поперечную до 20 мм с точностью  $\pm 0,5\%$ .

Предел прочности на одноосное сжатие рассчитывался как отношение приложенной к образцу вертикальной нагрузки, при которой происходит разрушение образца, к площади его первоначального поперечного сечения. Все опыты для определения условно-мгновенных значений предела прочности проведены с постоянной скоростью деформирования образца, равной 2 мм/мин.

В испытаниях на длительную прочность нагрузка прикладывалась равными ступенями, величина которых составляла  $0,1 T_{\max}$ . Здесь  $T_{\max}$  — нагрузка, при которой соответствующий образец разрушился при определении условно-мгновенного предела прочности. На стадии предварительных испытаний было установлено, что длительность этапа нагружения свыше 4 часов не оказывает существенного влияния на определение параметров ползучести. Поэтому с целью оптимизации времени проведения всего цикла испытаний продолжительность одного этапа нагрузки составляла 4 часа. На рисунке 2.4 показан пример диаграммы нагрузления и получаемые соответствующие деформации.

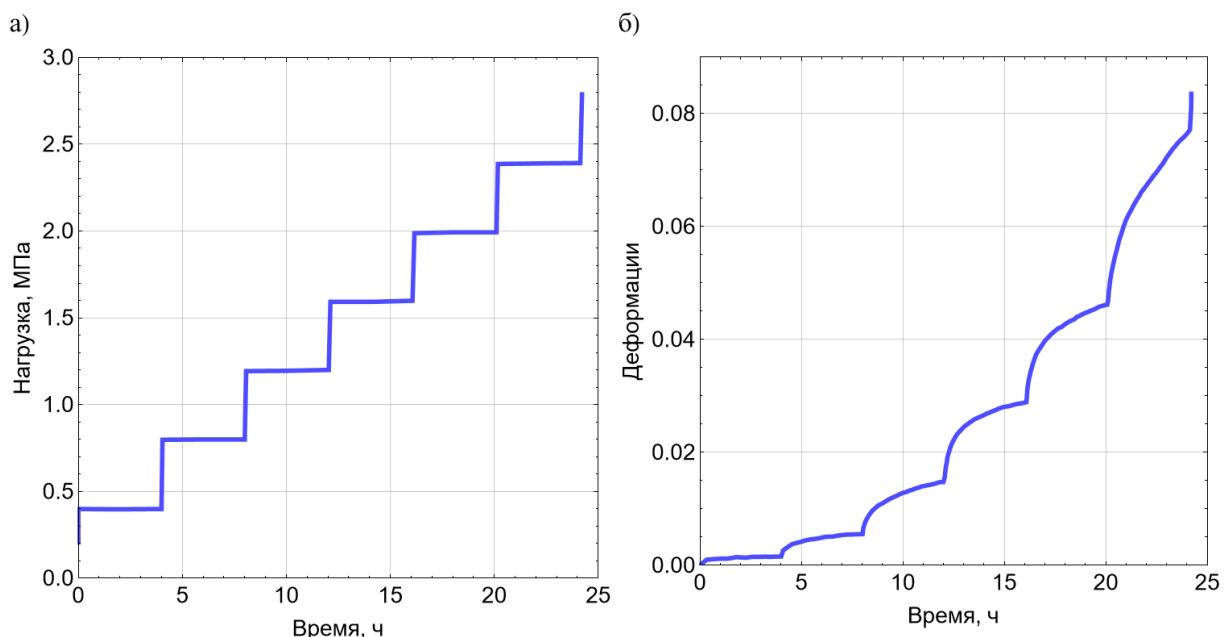


Рисунок 2.4 — Пример диаграмм нагрузления (а) и деформации (б) при испытании пород на длительную прочность

Математическая обработка кривых нелинейной деформации при различных вертикальных нагрузках позволила получить параметры, позволяющие оценивать

развитие деформации во времени. При этом использована формула, аналог которой в свое время был предложен С.С. Вяловым для оценки ползучести мерзлых пород [8]. Согласно этой формуле, коэффициенты нелинейной деформации определяют по зависимости, устанавливающей связь между относительными продольными деформациями, напряжениями и временем действия нагрузки.

$$\varepsilon(\sigma, t) = f(\sigma)(t/t_0)^a, \quad (2.7)$$

$$f(\sigma) = \left( \frac{\sigma}{A_0} \right)^{1/m}, \quad (2.8)$$

где  $\varepsilon$  — деформации;  $\sigma$  — напряжения, Па;  $t$  — время действия нагрузки, с;  $t_0$  — условное время 1 час (3600 с);  $E_0$  — коэффициент линейной деформации, Па;  $A_0$  — нелинейный модуль деформации, Па;  $m$ ,  $a$  — материальные константы. Параметры  $A_0$ ,  $m$  и  $a$  определялись из экспериментальных данных методом наименьших квадратов.

По результатам экспериментальных испытаний и их математической обработки длительная прочность пород определялась исходя из максимальной нагрузки, при которой образец не разрушился, а деформации не превышали 20% и не переходили в прогрессирующую стадию на протяжении 24 часов. Выбор временного интервала обоснован тем, что 24 часа требуется на креплении стенок шахтных стволов.

### **2.1.3 Выбор модели зависимости содержания незамороженной воды от температуры**

Как было отмечено в параграфе 1.4.1 для теоретической интерпретации зависимости содержания незамороженной воды от температуры используются различные модели. Возникает закономерный вопрос: какие зависимости являются более подходящими при описании результатов экспериментальных замеров? Этот вопрос является наиболее значимым, поскольку, как было показано в 1.4.1, теплопроводность и удельная теплоемкость пород напрямую зависит от содержания незамороженной воды. По этой причине был проведен сравнительный анализ моделей (1.4)–(1.6). Модель (1.7) в сравнительном анализе не участвовала, поскольку, как было указано ранее, ее применимость ограничивается случаем песчаных пород и малого температурного интервала фазовых превращений.

Для анализа было рассмотрено 12 образцов пород (6 образцов глины и 6 образцов песка). Керновый материал был отобран из геологоразведочных скважин на различных глубинах в интервале замораживаемых пород на участке строительства

стволов рудника Нежинского ГОКа. Основные характеристики образцов сведены в таблицу 2.1.

Таблица 2.1 — Основные характеристики образцов пород для анализа моделей зависимости содержания незамороженной воды от температуры

№ образца	Влагосодержание, кг/кг	Глубина, м	Температура замерзания воды, °С
<b>Песок</b>			
1	0,12	15,0	-0,1
2	0,15	23,0	-0,3
3	0,15	32,4	-0,3
4	0,12	35,0	-0,1
5	0,19	71,5	-0,1
6	0,24	73,0	-0,4
<b>Глина</b>			
1	0,35	62,0	-0,3
2	0,36	86,0	-0,5
3	0,36	132,0	-0,4
4	0,22	146,0	-0,1
5	0,33	157,0	-0,7
6	0,26	160,5	-1,0

Экспериментальные данные по содержанию незамороженной воды в рассмотренных образцах пород в интервале от +10 до -20 °С взяты из [22]. Измерения проводились по методике, описанной в параграфе 2.1.2. Параметры моделей (1.4)–(1.6) вычислялись методом наименьших квадратов.

На рисунке 2.5 приведено сравнение экспериментально измеренных значений содержания незамороженной воды  $y$  и их прогнозных значений по степенной модели для образцов песка и глины. По оси абсцисс отмечено абсолютное значение температуры  $|T|$  — это сделано для возможности использования логарифмических координат, при этом исследуемый температурный диапазон был в области отрицательных температур. На рисунке 2.6 сделан такой же анализ модели ван Генухтена-Муалема. На рисунке 2.7 анализировалась модель Козловского. В целом из рисунков видно, что все три зависимости с приемлемой точностью описывают данные экспериментальных измерений. Для большей части исследуемых образцов пород зависимости на рисунках 2.5–2.7, выполненных в логарифмических осях, имеют линейный вид — это указывает на степенной характер зависимости содержания незамороженной воды от температуры. Тем не менее, для некоторых образцов вблизи температуры замерзания воды линейный закон искажается.

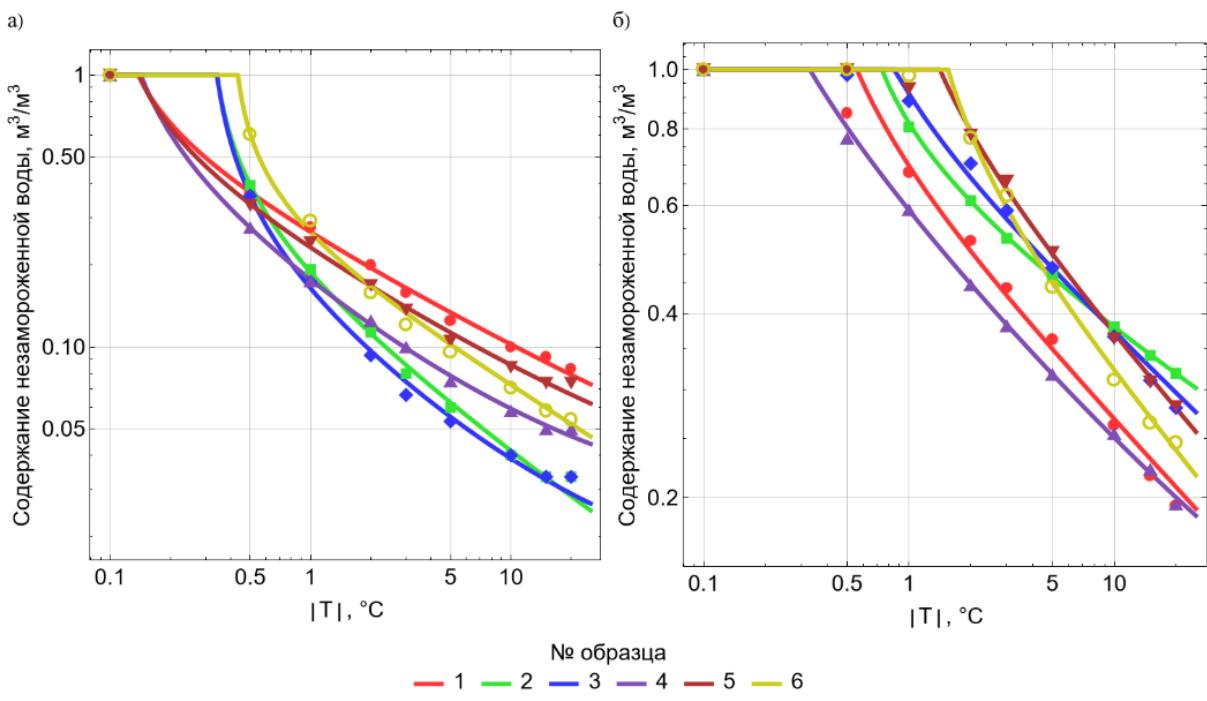


Рисунок 2.5 — Зависимость содержания незамороженной воды песка (а) и глины (б) от модуля температуры, степенная модель

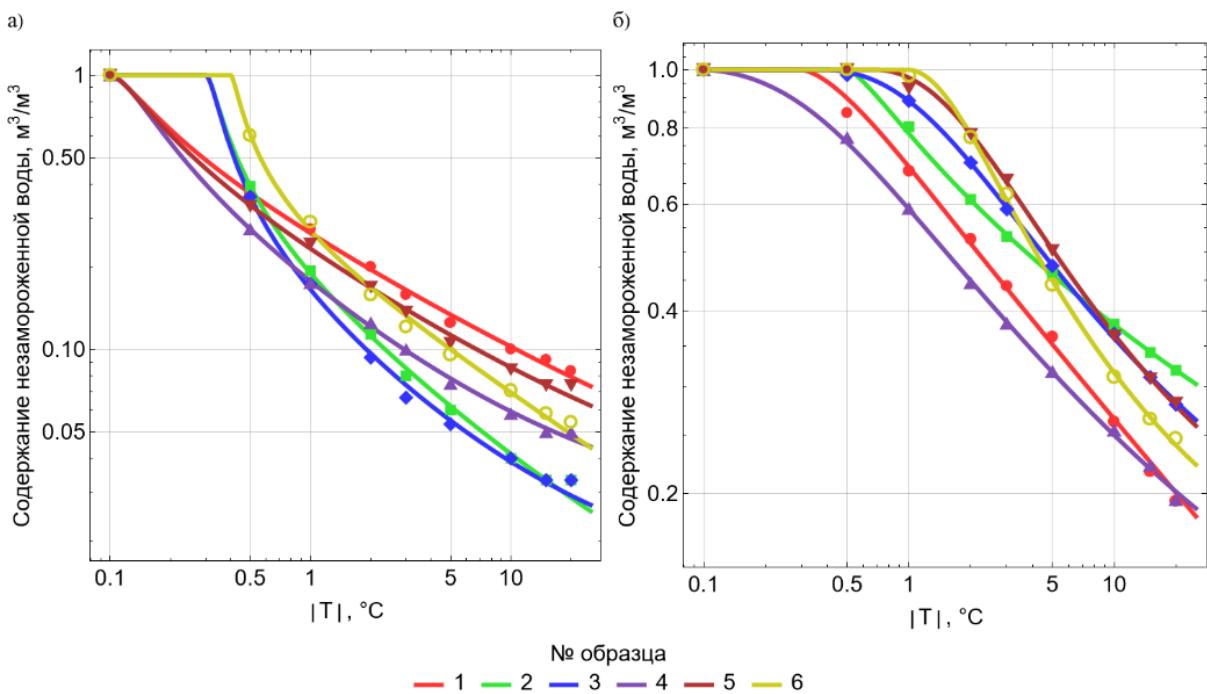


Рисунок 2.6 — Зависимость содержания незамороженной воды песка (а) и глины (б) от модуля температуры, модель ван Генукхтена-Муалема

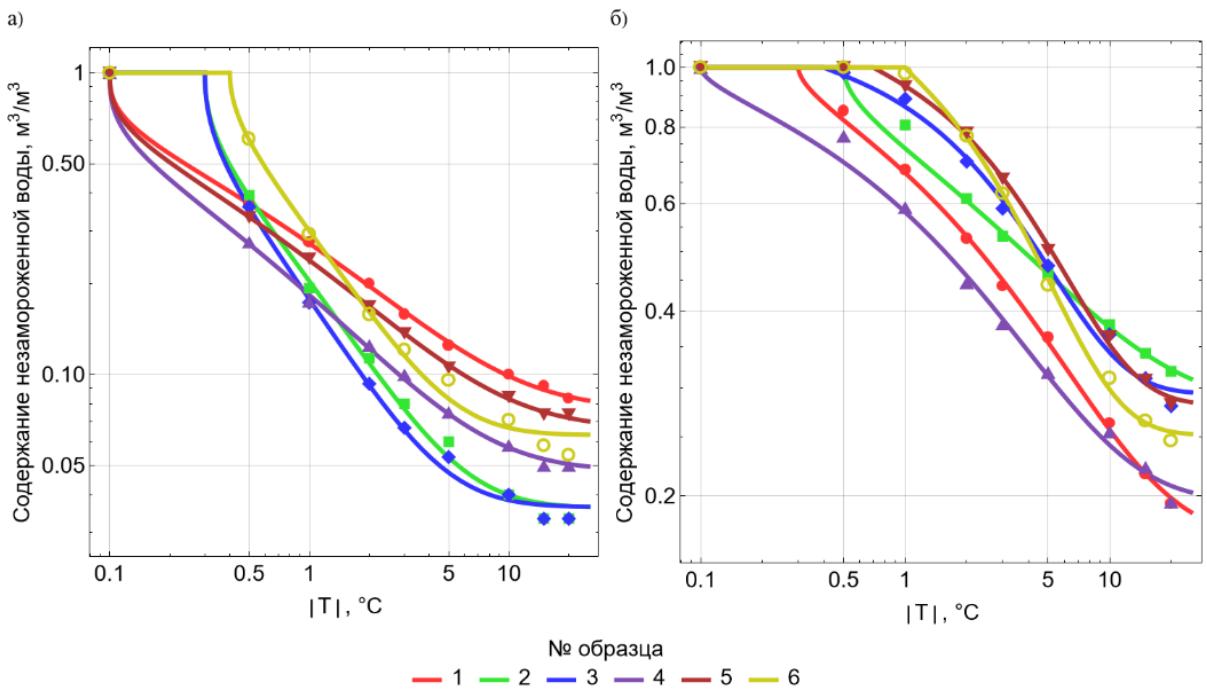


Рисунок 2.7 — Зависимость содержания незамороженной воды песка (а) и глины (б) от модуля температуры, модель Козловского

Наиболее значительные отклонения от линейного вида демонстрируют аппроксимирующие кривые для модели (1.6), где зависимость  $\gamma(T)$  предполагается экспоненциальной. В этом случае наклон кривых сильно изменяется с понижением температуры породы. Например, для песка (рисунок 2.7а) вблизи точки  $T = T_l$  кривые почти параллельны оси ординат, но при дальнейшем понижении температуры они выполняются, формируя протяжённый участок с примерно постоянным наклоном. При температурах ниже  $-5^{\circ}\text{C}$  наклон кривых уменьшается ещё сильнее, и они становятся практически параллельны оси абсцисс.

Представленное на рисунке 2.7 выполнение кривых  $\gamma(T)$  при температурах ниже  $-5^{\circ}\text{C}$  является типичным для экспоненциальных зависимостей, описывающих содержание незамороженной воды. Характер выполнения значительно зависит от параметра  $\varepsilon$  в формуле (1.6). Согласно полученным результатам для образцов песка этот параметр варьируется в диапазоне от 0,363 до 0,504, а для глины — от 0,511 до 0,920. Модели с фиксированными степенными показателями, представленные в литературе [86, 88], не могут с достаточной точностью аппроксимировать экспериментальные данные для исследуемых типов пород, вероятно потому, что они предназначены для ситуаций с небольшими колебаниями температуры около нуля. В то время как для условий искусственного замораживания пород интерес представляет более широкий диапазон отрицательных температур.

Для глины погрешность аппроксимации в среднем немного выше, чем для песка. Это также подтверждается сравнительным анализом ошибок аппроксимации экспериментальных данных для каждой из моделей, представленным на рисунке 2.8. В качестве количественных индикаторов использовались среднее абсолютное (MAE) и среднеквадратическое (RMSE) отклонения:

$$\text{MAE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - y_i^*|. \quad (2.9)$$

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - y_i^*)^2}. \quad (2.10)$$

где  $N$  — количество точек;  $y_i^*$  — измеренное значение;  $y_i$  — модельное значение.

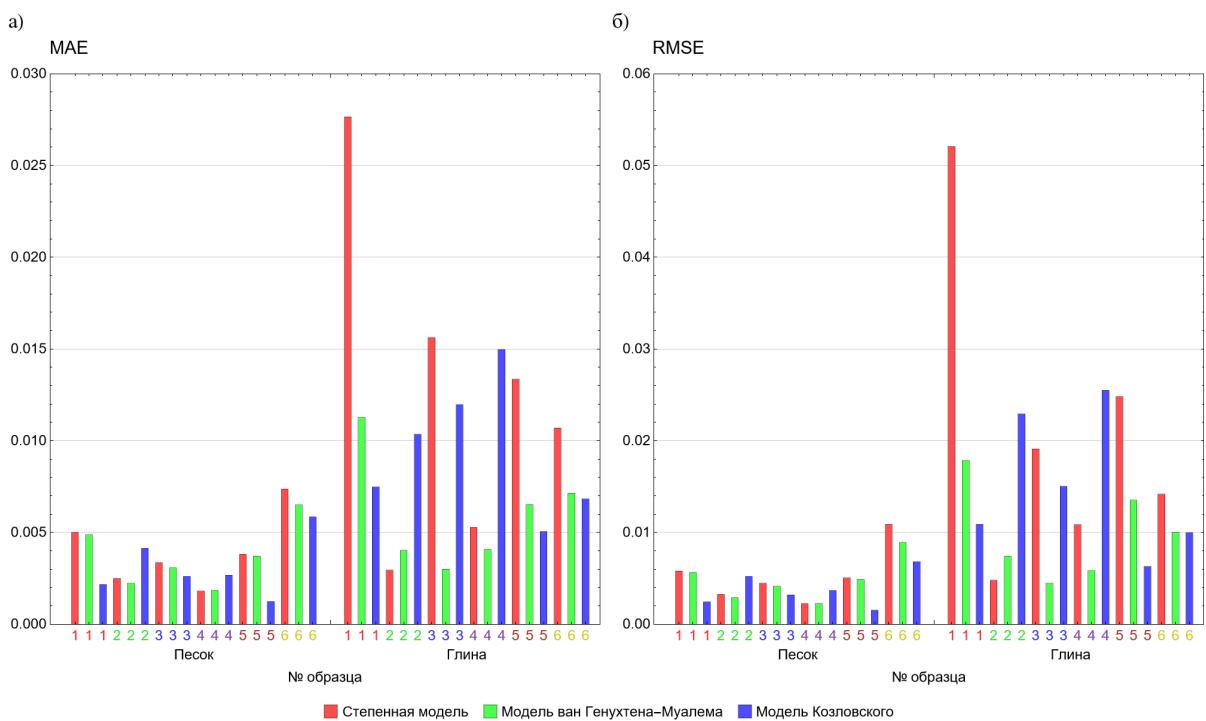


Рисунок 2.8 — Средние абсолютные (а) и среднеквадратические (б) ошибки аппроксимирующих выражений для содержания незамороженной воды в породах в рамках степенной модели, модели ван Генуихтена-Муалема и модели Козловского

Индикатор RMSE для образов песка в среднем составляет 0,00528 при применении степенной модели, 0,00477 при применении модели ван Генуихтена-Муалема, и 0,00381 при применении модели Козловского. Для образцов глины индикатор RMSE в среднем равен 0,021 для степенной модели, 0,00983 для модели ван Генуихтена-Муалема, и 0,0151 для модели Козловского.

Основное различие между степенной моделью и моделью ван Генуихтена-Муалема заключается в степени плавности снижения функции  $\gamma(T)$  при переходе в область температур ниже точки замораживания. Из рисунков 2.5–2.6 видно, что модель

ван Генухтена-Муалема лучше описывает плавное снижение содержания незамороженной воды, характерное для глин при переходе через область начала замораживания воды. В то время как при степенной модели наблюдается резкий скачок производной  $d\gamma / dT$  в точке начала замораживания воды, что больше характерно для песков, содержащих относительно большое количество свободной воды. Однако при низких температурах ( $-5^{\circ}\text{C}$  и ниже) значимых различий в характере уменьшения содержания незамороженной воды между моделями нет. При этом модель Козловского при надлежащем подборе ее параметров способна описать как скачкообразное изменение, так и плавное уменьшение  $\gamma(T)$  при переходе в область температур ниже точки замерзания.

В целом проведенный анализ показывает, что все три исследованные модели приемлемо описывают температурную зависимость содержания незамороженной воды. При этом для глин предпочтительнее использование модели ван Генухтена-Муалема. Это закономерно, поскольку материальные параметры данной модели подобраны таким образом, чтобы соответствовать теории Муалема, которая описывает относительную проницаемость пород. Теория Муалема лучше всего подходит для пород с мелкой и средней текстурой (таких как глины, илы и суглинки), которые обладают однородной и четко выраженной пористой структурой. В случае песков несмотря на относительно небольшие различия между моделями также предпочтительнее использование модели ван Генухтена-Муалема. Данное утверждение обосновано тем, что из полученных результатов данная модель лучше удовлетворяет экспериментальным данным при температурах ниже  $-5^{\circ}\text{C}$ . Таким образом, на основании описанных причин можно сделать вывод, что модель ван Генухтена-Муалема наиболее пригодна для описания замораживания пород различного типа.

#### **2.1.4 Результаты экспериментальных замеров и их теоретическая интерпретация**

##### **Влияние соли на содержание незамороженной воды и теплофизические свойства пород**

В таблице 2.2 представлены измеренные плотность влажных пород и удельная теплоемкость сухого скелета. В таблице 2.3 представлена зависимость температуры замерзания воды при различном содержании  $\text{NaCl}$ . Параметры глины в таблицах 2.2 и 2.3 представлены только для одной влажности — 0,26 кг/кг. Эти параметры являются наиболее интересными с точки зрения сравнительного анализа с теплофизическими свойствами мела, имеющего практически такую же влажность — 0,25 кг/кг.

Полученные экспериментальные зависимости для температуры замерзания воды были аппроксимированы линейной зависимостью (см. рисунок 2.9).

Таблица 2.2 — Экспериментальные замеры плотности и теплоемкости пород

Порода	Плотность влажной породы, кг/м <sup>3</sup>	Удельная теплоемкость сухого скелета, Дж/(кг·°С)
Глина	2070	757
Мел	1985	798
Песок	1730	692

Таблица 2.3 — Экспериментальные замеры зависимости температуры замерзания воды от содержания NaCl

Порода	NaCl, г/л	Влажность, кг/кг	Температура замерзания воды, °С
Глина	0	0,26	-0,23
	35		-2,55
	70		-5,00
Мел	0	0,25	-0,30
	35		-2,31
	70		-4,51
Песок	0	0,11	-0,09
	52		-3,59

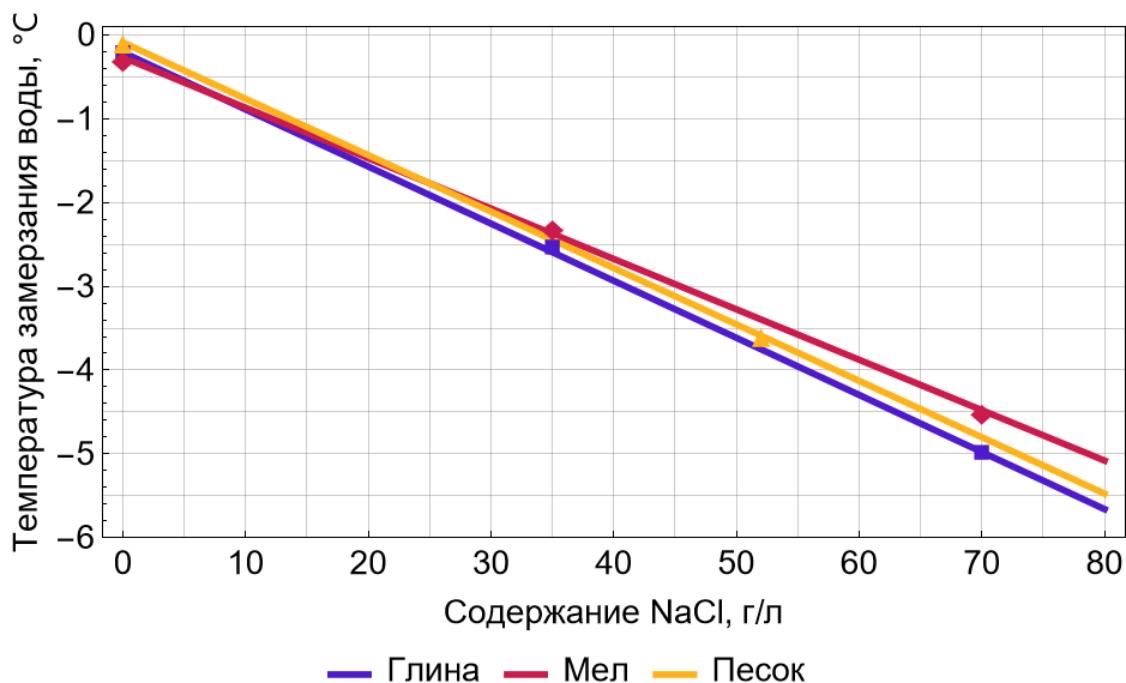


Рисунок 2.9 — Зависимость температуры замерзания воды от содержания соли (точками обозначены экспериментальные замеры)

В таблице 2.4 приведены результаты экспериментальных замеров зависимости содержания незамороженной воды от температуры и содержания NaCl, а в таблице 2.5 — то же самое для коэффициента теплопроводности.

Таблица 2.4 — Экспериментальные замеры зависимости содержания незамороженной воды от температуры и содержания NaCl

Температура, °C	Порода							
	Глина			Мел			Песок	
	NaCl, г/л							
	0	35	70	0	35	70	0	52
Содержание незамороженной воды, м <sup>3</sup> /м <sup>3</sup>								
-0,5	0,981	—	—	0,488	—	—	0,168	—
-1,0	0,835	—	—	0,216	—	—	0,080	—
-2,0	0,650	—	—	0,132	—	—	0,053	—
-3,0	0,523	0,881	—	0,108	0,760	—	—	—
-4,0	0,446	0,758	—	—	—	—	—	0,779
-5,0	0,388	0,669	0,965	0,088	0,472	0,852	0,044	0,628
-6,0	0,346	0,596	0,827	0,084	0,412	0,728	—	0,531
-7,0	0,319	0,535	0,758	—	—	—	—	0,460
-8,0	0,296	0,485	0,696	—	—	—	—	0,407
-10,0	0,262	0,412	0,592	0,068	0,256	0,464	—	0,327
-15,0	0,223	0,323	0,446	0,052	0,176	0,332	0,035	0,239
-20,0	0,204	0,273	0,365	0,040	0,136	0,268	—	0,195
-25,0	0,185	0,242	0,327	—	—	—	0,035	0,177

Таблица 2.5 — Экспериментальные замеры зависимости коэффициента теплопроводности от температуры и содержания NaCl

Температура, °C	Порода							
	Глина			Мел			Песок	
	NaCl, г/л							
	0	35	70	0	35	70	0	52
Коэффициент теплопроводности, Вт/(м·°C)								
20	—	—	—	—	—	—	1,84	1,87
10	1,10	1,104	1,12	1,50	1,49	1,52	—	—
0	—	—	—	1,51	1,51	1,53	—	—
-1	1,44	1,104	1,12	1,86	1,51	1,53	2,18	1,87
-2	1,54	1,10	1,12	—	—	—	—	—
-3	1,61	1,13	1,12	2,08	1,59	1,56	2,38	1,87
-4	1,66	1,40	1,12	—	—	—	—	—
-5	1,69	1,47	1,12	2,15	1,83	1,77	—	—
-6	1,72	1,53	1,13	—	—	—	2,51	2,17
-7	1,73	1,57	1,38	—	—	—	—	—
-8	1,75	1,59	1,43	—	—	—	—	—
-10	1,77	1,65	1,51	2,19	2,00	1,92	2,57	2,30
-15	1,81	1,73	1,62	2,20	2,07	1,99	2,59	2,37
-20	1,85	1,78	1,69	2,21	2,10	2,01	2,60	2,42
-25	1,87	1,81	1,73	—	—	—	—	—

Как было указано в параграфе 2.1.3 по результатам анализа моделей содержания незамороженной воды была выбрана модель ван Генухтена-Муалема (1.4). В рамках данной модели необходимо экспериментальное определение материальных параметров  $\omega$  и  $m$ . В рамках данного исследования параметры определялись методом наименьших

квадратов. Полученные величины для различных типов пород и содержания NaCl представлены в таблице 2.6. В дальнейшем при математическом моделировании замораживания пород зависимости  $\omega$ ,  $m$  от содержания NaCl аппроксимировались линейными функциями.

Таблица 2.6 — Вычисленные параметры модели содержания незамороженной воды ван Генухтена-Муалема

Порода	NaCl, г/л							
	0	35	52	70	0	35	52	70
	$\omega$ , °C				$m$			
Глина	1,00	1,23	—	1,39	0,36	0,32	—	0,29
Мел	0,06	0,72	—	0,85	0,37	0,36	—	0,30
Песок	0,01	—	0,51	—	0,36	—	0,3	—

Для теоретической интерпретации теплопроводности использовалась наиболее общеупотребимая модель (1.2). Объемное содержание каждой фазы можно выразить через пористость и содержание незамороженной воды. В этом случае модель (1.2) примет вид:

$$\lambda = \lambda_s^{1-n} \lambda_l^{n\gamma} \lambda_i^{n(1-\gamma)}, \quad (2.11)$$

где  $\lambda$  — теплопроводность влажной породы, Вт/(м·°C);  $n$  — пористость влажной породы, м<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>; индекс «*s*» соответствует сухим частицам породы, индекс «*l*» — жидкой фазе, а индекс «*i*» — льду.

Пористость влажных пород можно вычислить по следующей формуле:

$$n = w_0 \frac{\rho}{\rho_w}. \quad (2.12)$$

Однако, как показал сравнительный анализ, при расчете теплопроводности по формуле (2.11) не удается добиться соответствия с экспериментальными данными. Предполагается, что это связано с перераспределением влаги и пористости в объеме пород в процессе фазового перехода. В связи с этим для расчета коэффициента теплопроводности в формулу (2.11) вводится поправочный коэффициент:

$$\lambda = \lambda_s^{1-n} \lambda_l^{\xi n\gamma} \lambda_i^{\xi n(1-\gamma)}, \quad (2.13)$$

где  $\xi$  — поправочный коэффициент. Вид формулы (2.13) обусловлен в первую очередь тем, что определяющим фактором изменения теплопроводности в процессе замораживания являются фазовые превращения между жидкой фазой и фазой льда. Слагаемое с сухими частицами породы в данном случае должно оставаться константой, которая определяется лишь изначальной структурой породы. Таким образом, для глины величина поправочного коэффициента  $\xi$  принималась равной 0,87, для мела — 0,59, для песка — 1,3, что дало наилучшее соответствие с экспериментальными данными.

В таблице 2.7 представлены значения пористости и теплопроводности сухих частиц исследуемых пород. Эти значения были рассчитаны методом минимизации среднеквадратического отклонения от экспериментальных данных по теплопроводности. Принималось, что теплопроводность воды/льда —  $0,56/2,20 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{°C})$ .

Таблица 2.7 — Пористость и коэффициент теплопроводности сухого скелета

Порода	Пористость	Теплопроводность, $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{°C})$
Глина	0,54	2,3
Мел	0,50	3,2
Песок	0,20	2,7

На рисунках 2.10–2.12 приведены экспериментальные (точки) и теоретические (кривые) зависимости содержания незамороженной воды и теплопроводности. Из полученных зависимостей можно отметить, что для всех пород при ненулевом содержании NaCl наблюдается значительное содержание незамороженной воды даже при достижении температуры  $-30^{\circ}\text{C}$ . Таким образом, это указывает на то, что при замораживании приведенных засоленных пород они остаются в зоне промерзания и не переходят в зону остаточной воды при температурах замораживания, характерных для возводимых ЛПО. В случае глины при нулевом содержании соли тоже сохраняется значительное количество незамороженной воды при  $-30^{\circ}\text{C}$ .

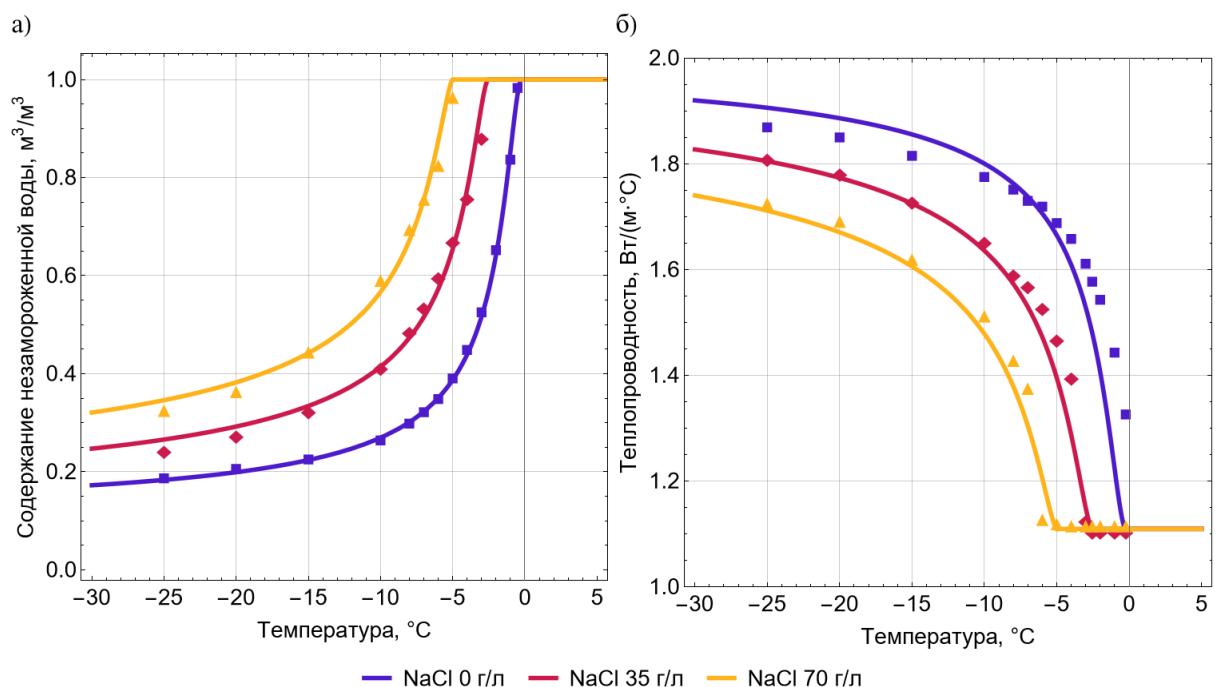


Рисунок 2.10 — Зависимость содержания незамороженной воды (а) и теплопроводности (б) от температуры и содержания NaCl для глины

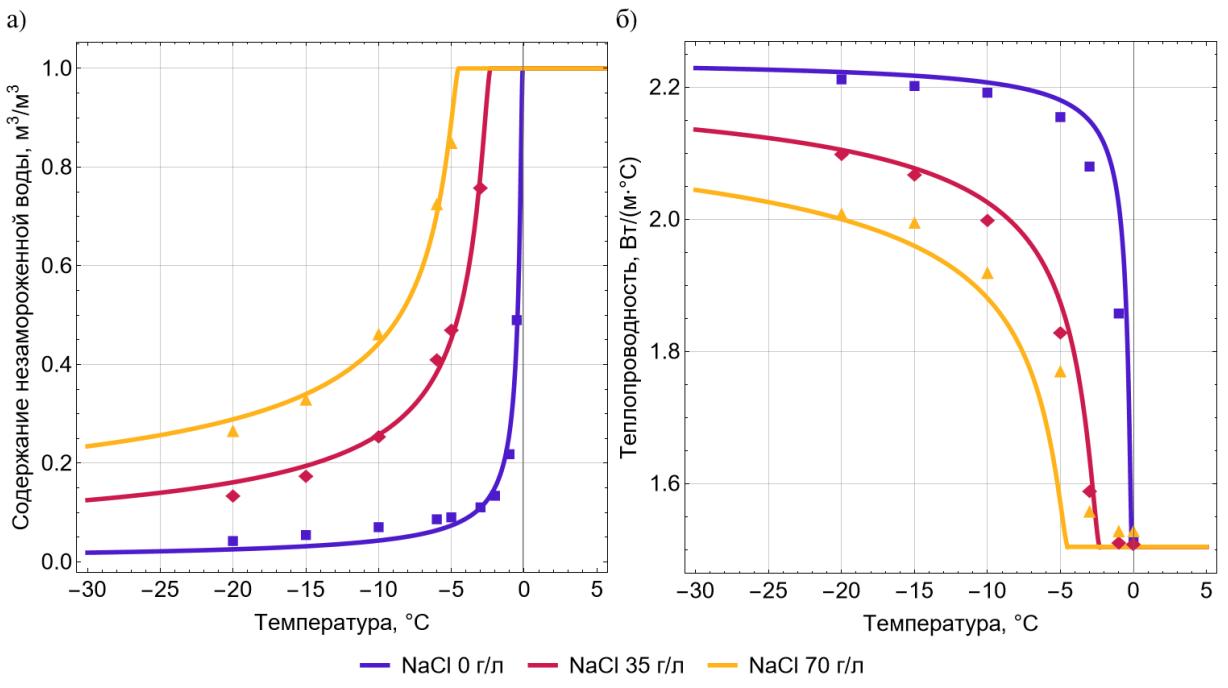


Рисунок 2.11 — Зависимость содержания незамороженной воды (а) и теплопроводности (б) от температуры и содержания NaCl для мела

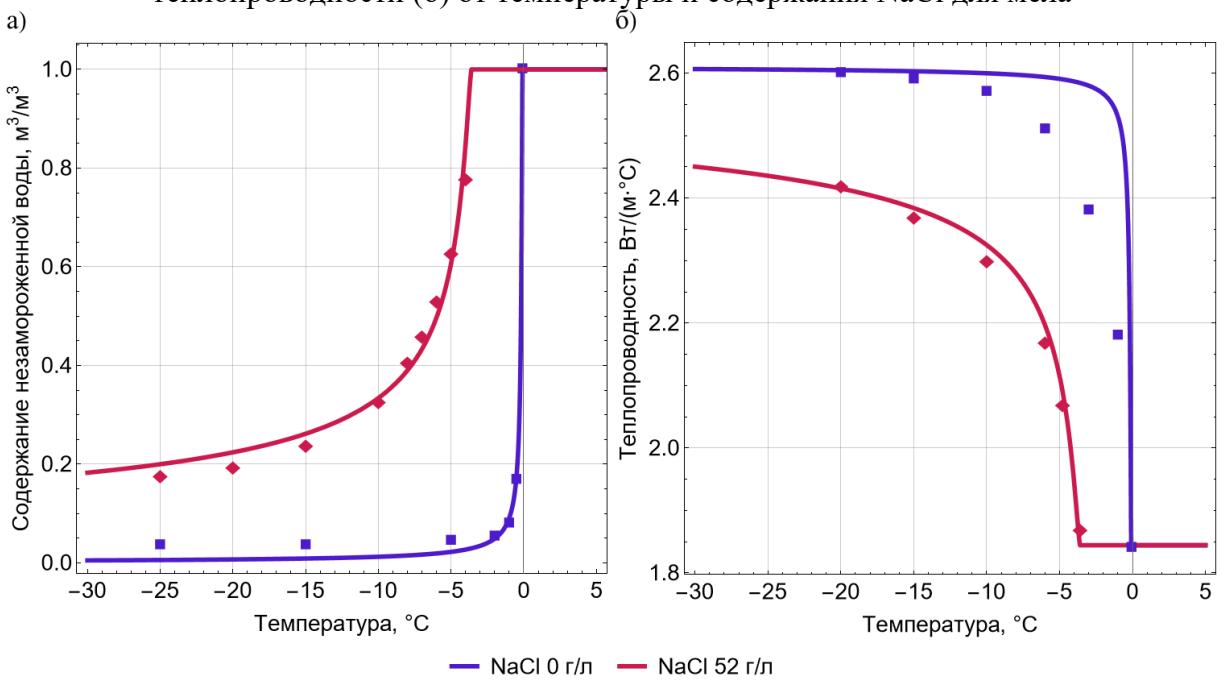


Рисунок 2.12 — Зависимость содержания незамороженной воды (а) и теплопроводности (б) от температуры и содержания NaCl для песка

Для описания зависимости удельной теплоемкости от температуры использовалась модель (1.1), которая при выражении объемного содержания фаз аналогично теплопроводности запишется следующим образом:

$$\rho c = (\rho c)_s (1 - n) + n [(\rho c)_l \gamma + (\rho c)_i (1 - \gamma)], \quad (2.14)$$

где  $\rho$  — плотность влажной породы, кг/м<sup>3</sup>;  $c$  — удельная теплоемкость породы, Дж/(кг·°C). На рисунках 2.13–2.14 представлены полученные зависимости.

Принималось, что плотность воды/льда —  $1000/912 \text{ кг}/\text{м}^3$ , удельная теплоемкость воды/льда —  $4200/2100 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{°C})$ .

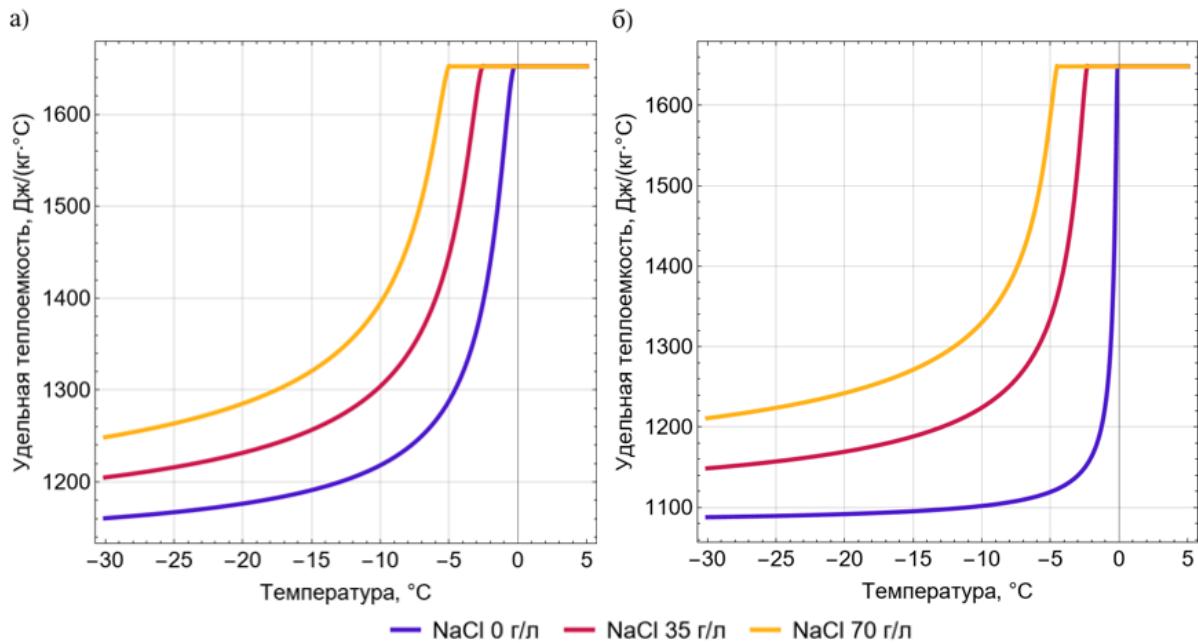


Рисунок 2.13 — Зависимость удельной теплоемкости от температуры и содержания NaCl для глины (а) и мела (б)

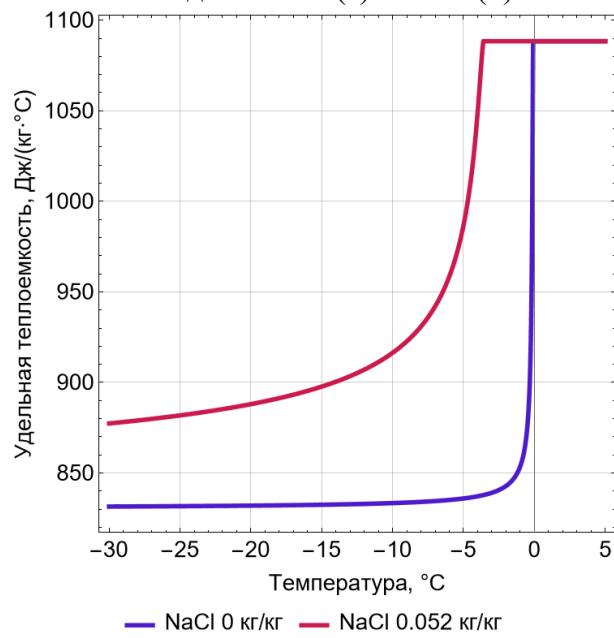


Рисунок 2.14 — Зависимость удельной теплоемкости от температуры и содержания NaCl для песка

На рисунке 2.15 представлено сравнение зависимостей содержания незамороженной воды и коэффициента эффективной температуропроводности от температуры для различных типов пород при содержании соли 70 г/л. Данное сравнение позволит понять, в каких породах проще замораживается вода и быстрее протекают термодинамические процессы. Под эффективной температуропроводностью

понимается отношение теплопроводности к производной удельной энталпии от температуры:

$$a_{eff} = \lambda \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)^{-1}, \quad (2.15)$$

где  $a_{eff}$  — коэффициент эффективной температуропроводности,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;  $h$  — удельная энталпия влажной породы,  $\text{Дж}/\text{м}^3$ . Удельная энталпия складывается из ощущаемой теплоты и скрытой теплоты фазового перехода:

$$h = \int_{T_l}^T \rho c dT + \rho_i n L \gamma, \quad (2.16)$$

где  $T_l$  — температура замерзания воды,  $^\circ\text{C}$ ;  $L$  — удельная скрытая теплота фазового перехода,  $\text{Дж}/\text{кг}$ .

Анализ скорости протекания термодинамических процессов с помощью эффективной температуропроводности позволяет учесть скачек теплоты при переходе через фазовый переход. Тем самым можно определять зону, где изменение температуры за счет теплоты фазового перехода преобладает или сопоставимо с кондуктивным теплопереносом.

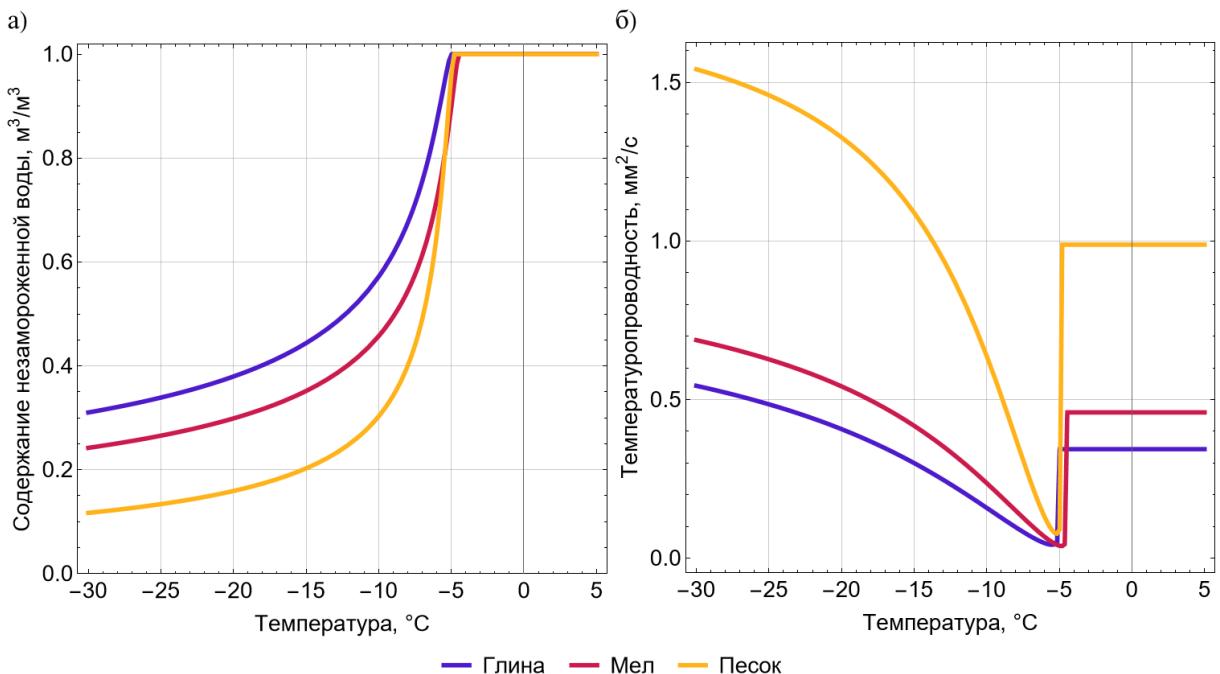


Рисунок 2.15 — Зависимость содержания незамороженной воды (а) и эффективной температуропроводности (б) пород от температуры для глины, мела и песка при содержании  $\text{NaCl}$  70 г/л

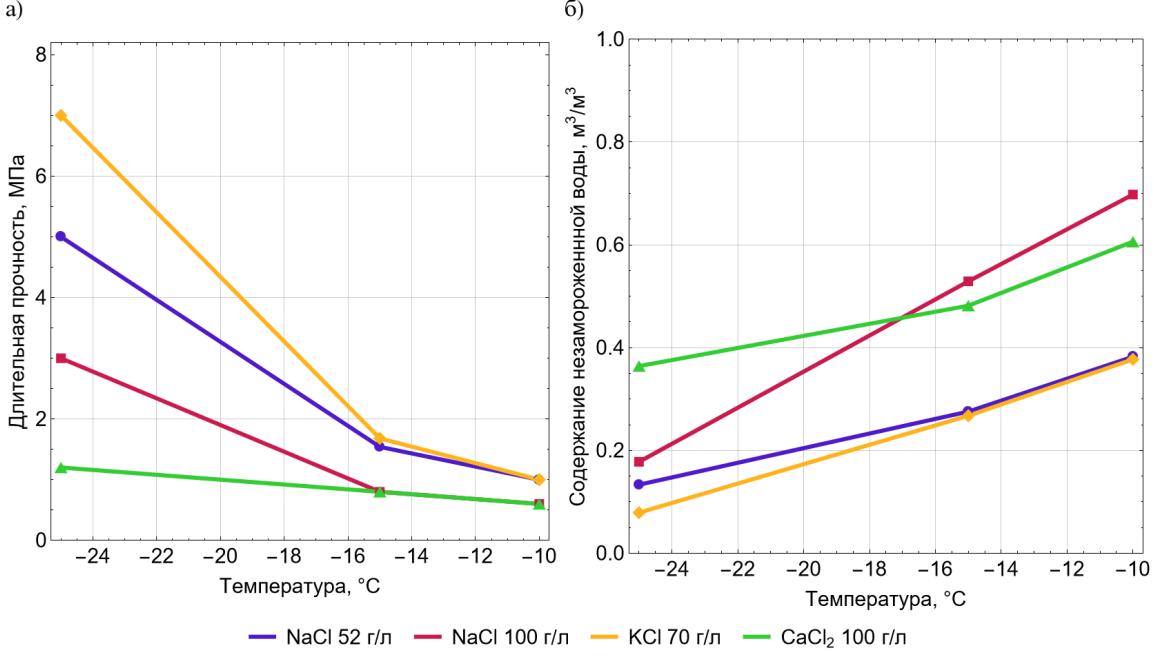
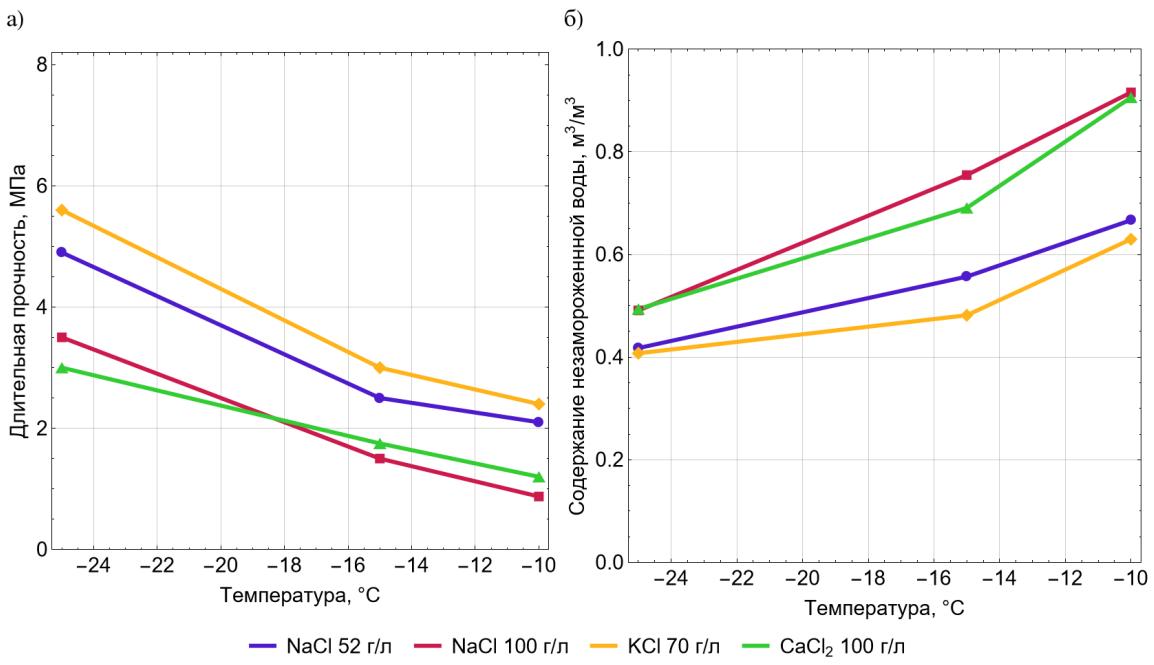
Из рисунка 2.15а можно отметить, что кривая глины находится выше остальных пород, следовательно воду в глине заморозить сложнее всего. В песке воду заморозить проще остальных пород, по этой причине его кривая находится ниже всех остальных.

Мел занимает промежуточное положение, но находится ближе к глине. Такая же закономерность между породами наблюдается и при отсутствии соли. Примечательно, что анализ зависимостей эффективной температуропроводности также показывает, что песок не только проще всего заморозить, но и в целом перенос тепла в нем протекает значительно быстрее, чем в меле и глине. При этом с уменьшением температуры разница между температуропроводностью песка и остальных пород увеличивается и при температуре  $-30^{\circ}\text{C}$  температуропроводность песка в 3 раза выше, чем у глины и мела.

Из рисунка 2.15б видно, что у всех трех слоев вблизи температуры замерзания воды резко падает величина эффективной температуропроводности. Это объясняется значительным ростом энталпии при малом изменении температуры из-за выделяющегося тепла вследствие фазового перехода.

### **Влияние содержания солей на прочностные свойства пород**

Влияние содержания солей в поровой влаге пород на длительную прочность исследовано на образцах глины, мела и песка. Экспериментально определенные длительные прочности засоленных образцов при одноосном сжатии и различных температурах представлены на рисунке 2.16–2.19. На тех же рисунках показаны температурные зависимости содержания незамороженной воды для рассмотренных образцов. В целом из рисунков видно, что на прочность пород и содержание незамороженной воды в них влияют как тип соли, так и ее содержание. Наиболее быстро замерзает порода, содержащая соль KCl в количестве 70 г/л и соль NaCl в количестве 52 г/л. Фактические температуры замерзания воды для этих вариантов составили:  $-4,9^{\circ}\text{C}$  для глины,  $-3,3^{\circ}\text{C}$  для мела и песка.



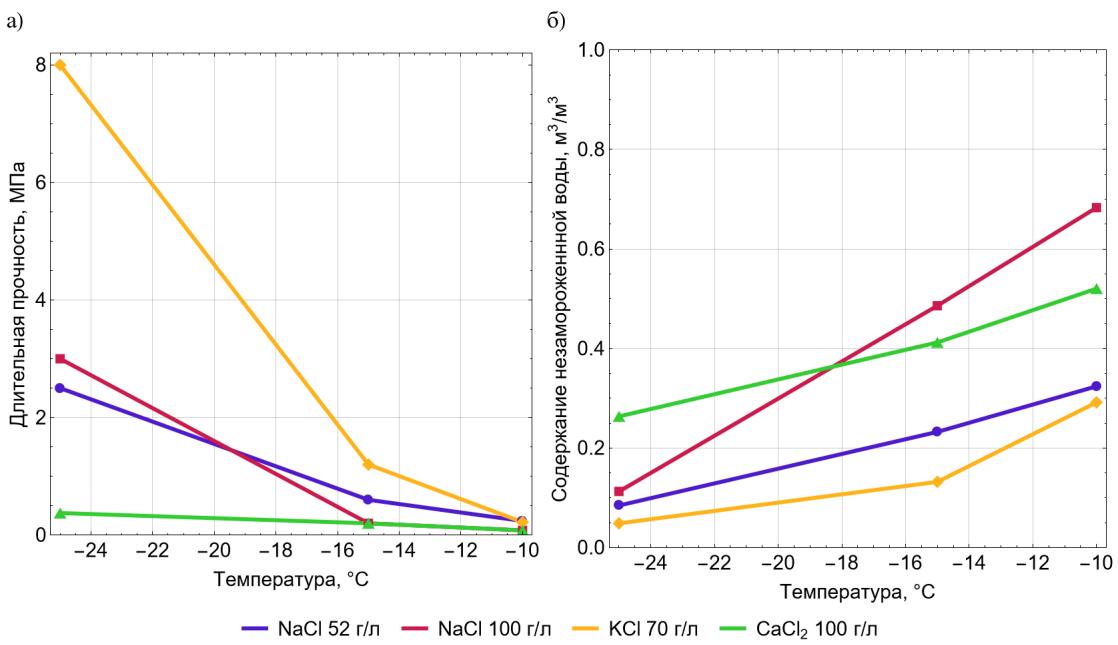


Рисунок 2.18 — Температурные зависимости длительной прочности и содержания незамороженной воды. Песок

Сравнительно более медленно замерзает порода, содержащая соль  $\text{CaCl}_2$  в количестве 100 г/л и соль  $\text{NaCl}$  в количестве 100 г/л. Фактическая температура замерзания воды для  $\text{CaCl}_2$  составила  $-8,05^\circ\text{C}$  для глины;  $-6,55^\circ\text{C}$  для мела и  $-5,46^\circ\text{C}$  для песка. Фактическая температура начала замерзания воды для раствора  $\text{NaCl}$  (100 г/л) составила  $-8,6^\circ\text{C}$  для глины;  $-6,75^\circ\text{C}$  для мела и  $-6,59^\circ\text{C}$  для песка.

В целом зависимости длительной прочности  $\sigma_c(T)$  и содержания незамороженной воды  $\gamma(T)$  имеют хорошую обратную корреляцию. Это следует из диапазона значений коэффициента корреляции Пирсона [52], вычисленного для каждой пары кривых на рисунках 2.16-2.18 (см. таблицу 2.8). На основании этого наблюдения представляет интерес анализ зависимости длительной прочности рассматриваемых образцов пород не от температуры, а от содержания незамороженной воды. Для этой цели зависимости  $\sigma_c(T)$  и  $\gamma(T)$  были преобразованы в зависимость  $\sigma_c(\gamma)$ , которая представлена на рисунке 2.19.

Таблица 2.8 — Значения коэффициента корреляции Пирсона

Порода	NaCl (52 г/л)	NaCl (100 г/л)	KCL	CaCl <sub>2</sub>
Глина	-0,95	-0,99	-0,86	-0,97
Мел	-0,95	-0,97	-0,96	-0,98
Песок	-0,97	-0,39	-0,94	-0,94

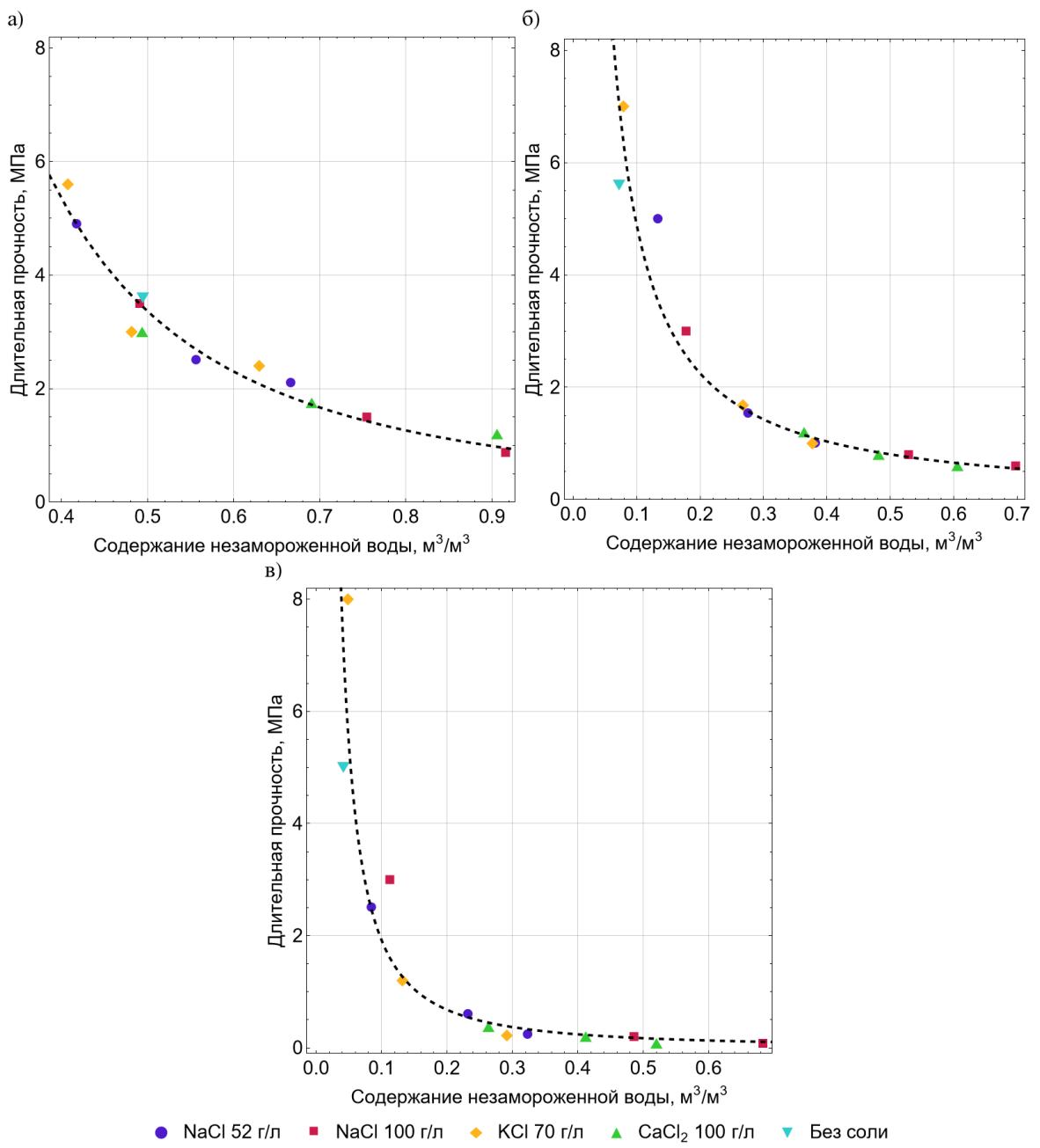


Рисунок 2.19 — Зависимости длительной прочности на одноосное сжатие от содержания незамороженной воды: глина (а); мел (б); песок (в)

Полученные экспериментальные зависимости аппроксимировались степенными функциями вида  $a\gamma^b$ , представленными на рисунке 2.19 пунктирными черными линиями. Коэффициенты  $a$  и  $b$  подобраны путем минимизации среднеквадратических отклонений аппроксимирующей кривой от экспериментальных точек. Полученные зависимости для глины, мела и песка (в МПа) имеют вид:

$$\sigma_c^{\text{глина}} = 0,79\gamma^{-2,08}, \quad (2.17)$$

$$\sigma_c^{\text{мел}} = 0,37\gamma^{-1,12}, \quad (2.18)$$

$$\sigma_c^{\text{песок}} = 0,061\gamma^{-1,5}. \quad (2.19)$$

Из анализа рисунка 2.19 следует важный вывод о том, что длительная прочность замороженных пород определяется в основном содержанием незамороженной воды. Зависимость длительной прочности от содержания и типа растворенной соли реализуется опосредованно, через зависимость содержания незамороженной воды от параметров соли.

## 2.2 Исследование морозного пучения при горизонтальном градиенте температуры

Как было отмечено в параграфе 1.5, зачастую исследования морозного пучения проводятся при вертикальном градиенте температур, который характерен для естественного промерзания пород. В случае искусственного замораживания для возведения ЛПО температурный градиент имеет более выраженный радиальный (горизонтальный) характер. В связи с этим в рамках данной работы проведено исследование морозного пучения под действием горизонтального градиента температуры и различном содержании соли в поровых растворах пород.

### 2.2.1 Подготовка образцов

Для исследования морозного пучения были подготовлены образцы трех различных пород — глины, мела и смеси песка с глиной (глинистого песка). Породы готовились по процедуре, описанной в параграфе 2.1.1. При этом глина и мел взяты аналогично тем, что рассматривались при исследовании теплофизических и прочностных свойств пород.

Для подготовки смеси песка с глиной оба ингредиента высушивались до нулевой влажности. На следующем этапе подготовки смеси глина измельчалась до порошка на лабораторной мельнице и ингредиенты смешивались. Масса вносимой глины рассчитывалась исходя из условия, что все межпоровое пространство песка должно было быть заполнено глиной:

$$m_e = m_n \frac{n \cdot \rho_{g.e.}}{(1-n) \rho_{g.n.}}, \quad (2.20)$$

где  $m_e$  — масса глины, кг;  $m_n$  — масса песка, кг;  $n = 0,33$  — пористость песка;  $\rho_{g.e.} = 2750 \text{ кг}/\text{м}^3$  — плотность частиц глины;  $\rho_{g.n.} = 2630 \text{ кг}/\text{м}^3$  — плотность частиц песка. Затем в эту смесь вносился раствор соли, который обеспечивал необходимые в эксперименте влагосодержание и концентрацию соли.

## 2.2.2 Методы проведения замеров

Как и в случае исследования теплофизических и механических свойств пород, исследование морозного пучения проводилось на базе лаборатории физико-химической механики природных дисперсных систем Института природопользования НАН Беларуси. В данной лаборатории разработан комплекс приборов, предназначенный для исследования процессов массопереноса и морозного пучения пород. Все исследования проведены по методике, описанной в [4].

На рисунке 2.20 представлена схема установки, которая использовалась для исследования переноса влаги [4]. Установка состоит из массивной плиты 1, зажатой между двумя теплообменниками, что обеспечивает хороший тепловой контакт между ними. Через левый теплообменник прокачивался антифриз от криостата 14 с температурой  $T_1 < 0^{\circ}\text{C}$ , с правой стороны расположен нагревательный элемент 2 для создания температурного поля с линейно изменяющейся температурой по длине плиты от  $T_1$  до  $T_2$ .

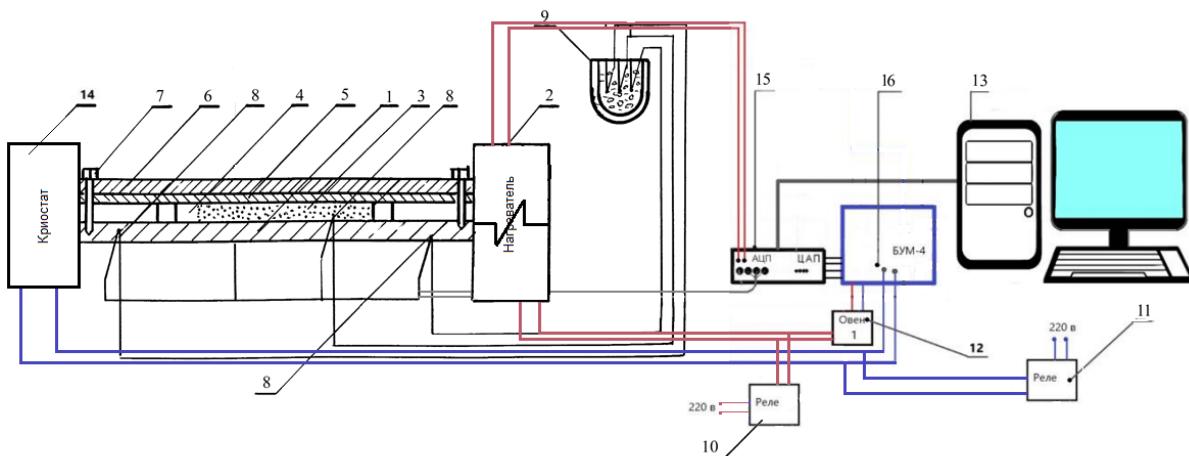


Рисунок 2.20 — Схема установки для исследования переноса влаги: 1 — массивная стальная плита; 2 — нагреватель; 3 — образцы исследуемого материала; 4 — полость для расpusчивания в кассете; 5 — металлическая пластина; 6 — текстолитовая пластина; 7 — прижимные винты; 8 — термопары; 9 — ноль-термостат; 10 — реле включения нагревателя; 11 — реле включения компрессора холодильной камеры; 12 — измеритель-регулятор температуры Овен-1; 13 — персональный компьютер; 14 — криостат; 15 — 4-х канальный компьютерный порт с АЦП и ЦАП; 16 — 4-х канальный усилитель мощности БУМ-4

Для автоматизации установки использована компьютерная система, включающая четырехканальный предусилитель 16, аналого-цифровой преобразователь (АЦП) и цифро-анalogовый преобразователь (ЦАП), выполненные в виде модуля В-381 15 совместимого с компьютером 13 через принтерный порт, а также двух промежуточных реле 10, 11, непосредственно регулирующих режим работы

нагревательного элемента и криостата. Задание и контроль режимов проведения опытов проводится по специально разработанной компьютерной программе.

Установка позволяет в строго контролируемых температурных режимах проводить опыты по исследованию переноса влаги и солей в мерзлых породах и горных породах под воздействием градиента температуры в статическом и динамическом температурных режимах. При этом в статическом режиме поддерживается стационарное температурное поле, включающее зоны с отрицательной и положительной температурами с заданным градиентом по длине образца. В динамическом режиме при заданном градиенте температуры граница нулевой температуры продвигается с постоянной скоростью.

В рамках данного исследования использовался статический температурный режим. Для всех пород замораживание проводилось при градиенте температуры 90 °С/м. При этом температура на левом и правом торцах образца разнилась в зависимости от образца. Продолжительность каждого эксперимента составляла сутки.

Перед началом исследования образцы равномерно размещались в специальных кассетах (см. рисунок 2.21). Размеры образца в кассете (100 мм × 40 мм × 10 мм). Затем кассеты изолировались от влаги с помощью резиновых чехлов и выдерживались в изотермических условиях не менее 2 суток. Перед началом опыта в каждую кассету вставлялся инициатор кристаллизации в виде тонкой трубочки, заполненной увлажненным фитилем из хлопчатобумажной нити. Заполненные кассеты закрывались пленкой. В левой части кассеты предусматривалось свободное пространство (см. рисунок 2.21), предназначенное для размещения вспучивающегося материала.

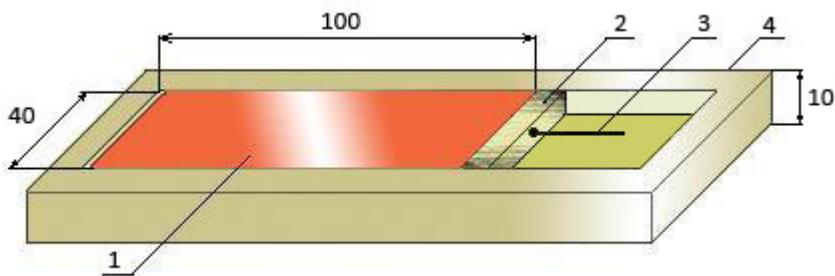


Рисунок 2.21 — Кассета для исследования массопереноса и пучения пород: 1 – исследуемый материал, 2 – перегородка из пенопласта, 3 – инициатор кристаллизации, 4 – корпус кассеты из оргстекла

Образцы исследуемого материала визолированных от влаги кассетах помещались на металлическую плиту 1 (см. рисунок 2.20). По всей ширине плиты укладывалось пять кассет с образцами. Чтобы исключить вертикальное пучение материала, обеспечить хороший тепловой контакт с плитой и устраниТЬ вертикальный

градиент температуры кассеты покрывались сверху тонкими металлическими пластинаами 5, затем десятимиллиметровой толщины текстолитовыми пластинаами 6 и с помощью болтов 7 прижимались к плите.

По окончании процесса промораживания образцов кассеты по очереди извлекались из установки. Сразу определялась глубина промерзания материала в кассете. Для определения распределения влаги и соли по его длине он разделялся на десятимиллиметровые зоны, каждая из которых помещалась в отдельный бюкс. После сушки и определения влагосодержания образец каждой зоны непосредственно в бюксе заливался дистиллированной водой в соотношении по массе 1:1 и герметично закупоривался. В таком состоянии образцы хранились двое суток. По истечении этого срока бюксы открывались, и содержимое тщательно перемешивалось до состояния суспензии.

Концентрация соли в поровой влаге определялась методом контактной кондуктометрии. Для этого использована кондуктометрическая ячейка. Ячейка представляла собой выфрезерованную в плексигласе ванночку размером  $10 \times 10 \times 35$  мм, в торцах которой размещены плоские ( $10 \times 10$  мм) титановые электроды (рисунок 2.22).



Рисунок 2.22 — Кондуктометрическая ячейка

Ванночка до краев заполнялась суспензией исследуемой породы. С помощью моста переменного тока Р577 определялось электрическое сопротивление помещенного в ванночку материала. Проводимость суспензии прямо пропорциональна концентрации соли. Поэтому в начале рассчитывалась проводимость суспензии и строился график распределения проводимости по длине исследуемого материала, а затем — график зависимости распределения соли. Проводимость суспензии рассчитывалась по следующей формуле:

$$\sigma = \frac{1}{R}, \quad (2.21)$$

где  $\sigma$  — электрическая проводимость,  $1/\text{Ом}$ ;  $R$  — измеренное сопротивление материала,  $\text{Ом}$ .

Распределение соли по длине образца определялось с использованием тарировочных графиков. Дополнительно для каждого образца было изготовлено по несколько проб, с различным содержанием соли NaCl. В дальнейшем эти пробы были проморожены, высушены и увлажнены по аналогичной методики для незасоленных образцов. После этого определена их электрическая проводимость и построен график зависимости  $R = R(c)$ , где  $c$  — концентрация соли.

По окончанию лабораторных испытаний были определены среднее увеличение влажности мерзлой зоны по сравнению с исходной влажностью и среднее увеличение массовой концентрации соли в мерзлой зоне. Под мерзлой зоной здесь и далее понимается зона с температурой ниже температуры замерзания воды в поровом растворе.

### 2.2.3 Результаты и обработка экспериментальных замеров

На рисунке 2.23 представлены среднее увеличение влажности мерзлой зоны ( $\Delta w$ ) по сравнению с исходной влажностью и среднее увеличение концентрации соли в мерзлой зоне в зависимости от начального содержания соли NaCl.

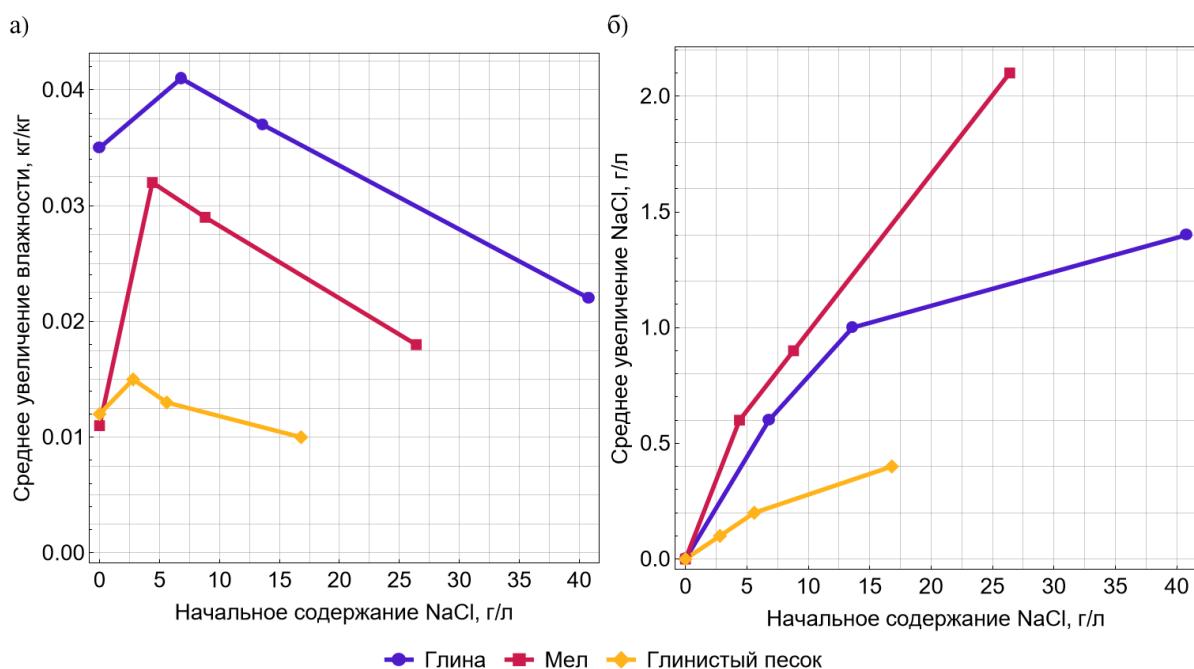


Рисунок 2.23 — Среднее увеличение влажности мерзлой зоны по сравнению с исходной влажностью (а); среднее увеличение концентрации соли в мерзлой зоне (б)

Наличие соли в поровой влаге оказывает значительное влияние на гидравлическую проницаемость мерзлой зоны. При снижении температуры влаги до значений ниже температуры замерзания воды происходит снижение порового давления жидкой фазы, что приводит к переносу рассола из незамороженной зоны в частично

замороженную. Этот процесс подтверждается положительными значениями среднего увеличения влажности в мерзлой зоне, представленными на рисунке 2.23а.

На рисунке 2.23б видно, что с ростом начального содержания соли в поровом рассоле увеличивается доля растворенной соли, переносимой в мерзлую зону. Однако зависимость избыточной концентрации соли в мерзлой зоне от начального содержания соли является нелинейной, с отрицательной второй производной. При этом, с увеличением начального содержания соли ее прирост в частично замерзшей зоне замедляется, несмотря на более высокие концентрации соли в мигрирующей влаге (см. рисунок 2.23б). Это в первую очередь обусловлено снижением скорости переноса влаги.

Примечательно, что при начальном содержании соли выше 3,5 г/л среднее увеличение влажности мерзлой зоны уменьшается. Этот эффект обычно объясняется ростом концентрации соли, который уменьшает активность рассола [73] и осмотический потенциал [4], компенсируя снижение давления незамерзшего порового рассола. В работах [40, 115] этот эффект связывается с уменьшением диффузного слоя противоионов (слоя Гуи) на границе незамерзшего порового рассола и минеральных частиц породы.

Иная ситуация наблюдается при начальном содержании соли ниже 3,5 г/л. В этом диапазоне среднее увеличение влажности мерзлой зоны растет для всех типов пород. Пиковое значение величины  $\Delta w$  превышает соответствующее значение при нулевой концентрации соли на 17–40% в зависимости от типа пород. Можно предположить объяснение такого явления тем, что в данном диапазоне содержания соли рост гидравлической проницаемости мерзлой зоны с увеличением засоленности происходит быстрее, чем изменение давления незамерзшего порового рассола из-за уменьшения толщины диффузного слоя противоионов.

Для доказательства данного утверждения был проведен теоретический анализ полученных экспериментальных данных. Данный анализ проводился с использованием максимально упрощенной математической модели, но при этом учитывающей все значимые физические процессы. Используется феноменологический подход, в котором процесс переноса влаги описывается через полный потенциал порового рассола  $\psi$ . В полностью насыщенных породах полный потенциал пропорционален поровому давлению влаги, тогда как в частично насыщенных породах ситуация становится значительно сложнее. В данном случае внимание сосредоточено на полностью насыщенных породах, что особенно важно для задач искусственного замораживания пород.

Как отмечалось в параграфе 1.6, перенос влаги моделируется на основе закона Дарси. Однако его применение ограничено диапазоном гидравлических градиентов выше порогового значения [82].

В данном случае основным механизмом переноса влаги считается криогенное всасывание — увеличение матричного всасывания вследствие увеличения содержания льда в породе [117]. Уменьшение порового давления в незамерзших слоях рассола описывается уравнением Клаузиуса-Клайперона [55, 136]. В некоторых случаях используется закон Юнга-Лапласа [140], который применим при анализе смещения точки начала кристаллизации поровой влаги и в исследованиях, акцентирующих внимание на поровой структуре замораживаемых пород.

Параметрический учет засоленности пород в уравнении Клаузиуса-Клайперона выполнен в работе [4]. В ней разность давлений между льдом и жидкой фазой при температурах ниже точки замерзания воды выражается следующим образом:

$$\frac{\partial p_l}{\partial x} = -\frac{\rho_i L}{T + 273,15} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\rho_i R}{M_s} (T + 273,15) \frac{\partial s}{\partial x}. \quad (2.22)$$

Откуда следует, что

$$p_i - p_l = \rho_i L \ln\left(\frac{T_l + 273,15}{T + 273,15}\right) - \frac{\rho_i R}{M_s} (T + 273,15) s. \quad (2.23)$$

Здесь  $p_i$ ,  $p_l$  — давление льда и жидкой фазы, соответственно, Па;  $x$  — пространственная переменная, м;  $L$  — удельная скрытая теплота фазового перехода, Дж/м<sup>3</sup>;  $T$  — температура породы, °С;  $T_l$  — температура замерзания воды, °С;  $R$  — универсальная газовая постоянная, Дж/(моль·°С);  $M_s$  — молярная масса соли, кг/моль;  $s$  — содержание соли, кг/кг.

Правая часть (2.23) положительна и увеличивается с понижением температуры при  $T < T_l$ , в то время как  $dp_i / dT \approx 0$  на основании [40]. Т.е. с понижением температуры происходит понижение величины  $p_l$  и сила криогенного всасывания растет. В математическом смысле, основной причиной этого является уменьшение отношения  $T / T_l$  с ростом  $T$ . Вместе с этим рост содержания соли  $s$  (при фиксированной  $T$ ) приводит к уменьшению сил морозного пучения. При определенном  $s$  разница давлений в (2.23) обращается в нуль, что указывает на ситуацию полностью незамороженной породы (см. рисунок 2.24). Следует отметить, что согласно [4] второе слагаемое справа в (2.23) описывает осмотический потенциал.

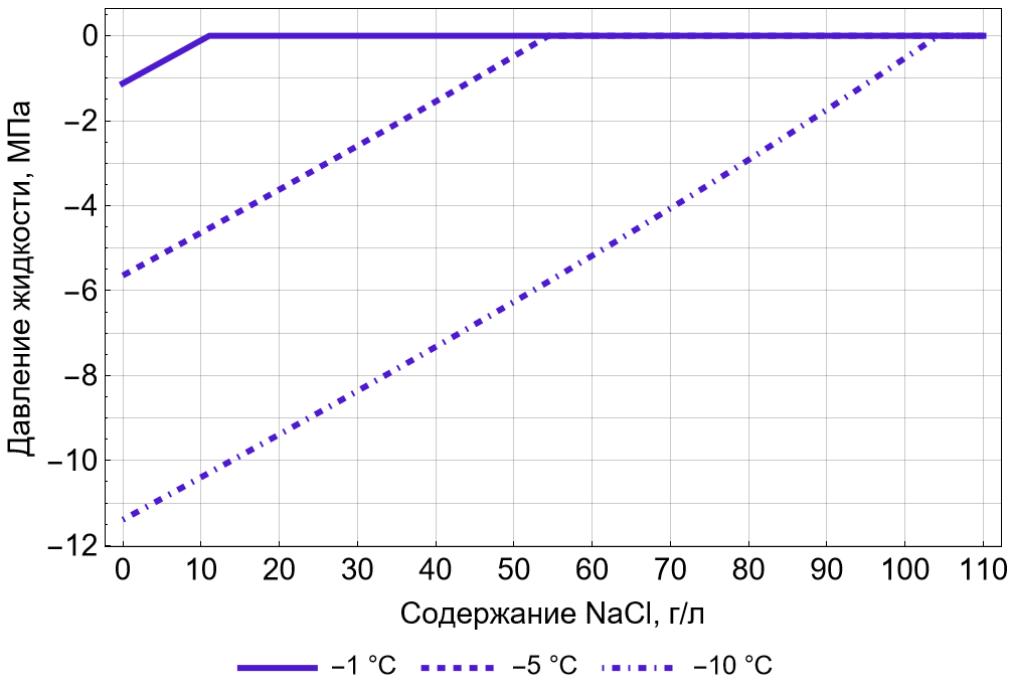


Рисунок 2.24 — Влияние содержания NaCl на давление жидкости в породе при различных температурах

В свою очередь, относительная гидравлическая проницаемость  $k_r$  зависит от количества незамороженной воды и, следовательно, от концентрации растворенной соли. С ростом содержания соли величина  $k_r$  может только расти (при этом она не превышает значение 1). Оценка данного роста может быть сделана в рамках модели ван-Генухтена-Муалема [91, 126]:

$$k_r = \sqrt{\gamma} \left[ 1 - \left( 1 - \gamma^{\frac{1}{m}} \right)^m \right]^2. \quad (2.24)$$

Содержание незамороженной воды  $\gamma$  и индекс  $m$  для глины и мела приняты из результатов исследований, описанных в параграфе 2.1. Данные для глинистого песка получены в рамках дополнительных исследований при различных содержаниях NaCl. Полученные экспериментальные и модельные зависимости содержания незамороженной воды от температуры и концентрации соли представлены на рисунке 2.25. Используемые зависимости параметров  $m$  и  $\omega$  от содержания соли представлены в таблице 2.9.

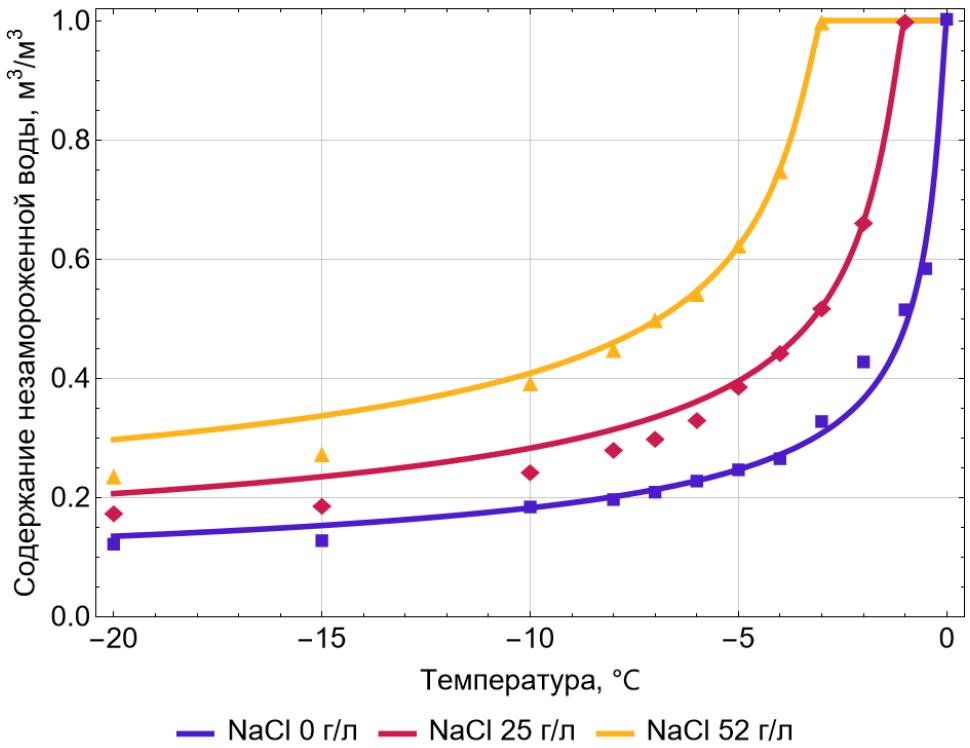


Рисунок 2.25 — Экспериментальные (точки) и модельные (кривые) зависимости содержания незамороженной воды от температуры и содержания NaCl

Таблица 2.9 — Материальные константы модели ван Генухтена-Муалема, используемые для анализа результатов экспериментальных исследований морозного пучения

Параметр	Порода		
	Глина	Мел	Глинистый песок
$m$	$0,358 - 0,001s$	$0,378 - 0,001s$	$0,31 - 0,00074s$
$\omega$	$1,012 + 0,0056s$	$0,148 + 0,011s$	$0,227 + 0,008s$

Скорость переноса влаги  $v$  в образцах породы с заданным градиентом температуры ( $90^{\circ}\text{C}/\text{м}$ ) может быть оценена с помощью формулы [11]:

$$v = -\frac{k_0 k_r}{\rho_l g} \frac{\partial p_l}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (2.25)$$

где  $k_0$  — коэффициент гидравлической фильтрации незамороженной породы,  $\text{м}/\text{с}$ ;  $\rho_l$  — плотность жидкой фазы,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;  $g$  — ускорение свободного падения,  $\text{м}/\text{с}^2$ . Давление  $p_l$  рассчитывалось по формуле (2.23).

Скорость переноса влаги, очевидно, неравномерно распределена вдоль горизонтальной координаты по длине образца. Максимальная скорость переноса влаги достигается на фронте фазового перехода, где  $k_r$  близок к единице. Зависимости максимальной безразмерной скорости переноса влаги (величины  $v' = v / k_0$  на фронте

фазового перехода) от начального содержания соли для разных типов пород приведены на рисунке 2.26.

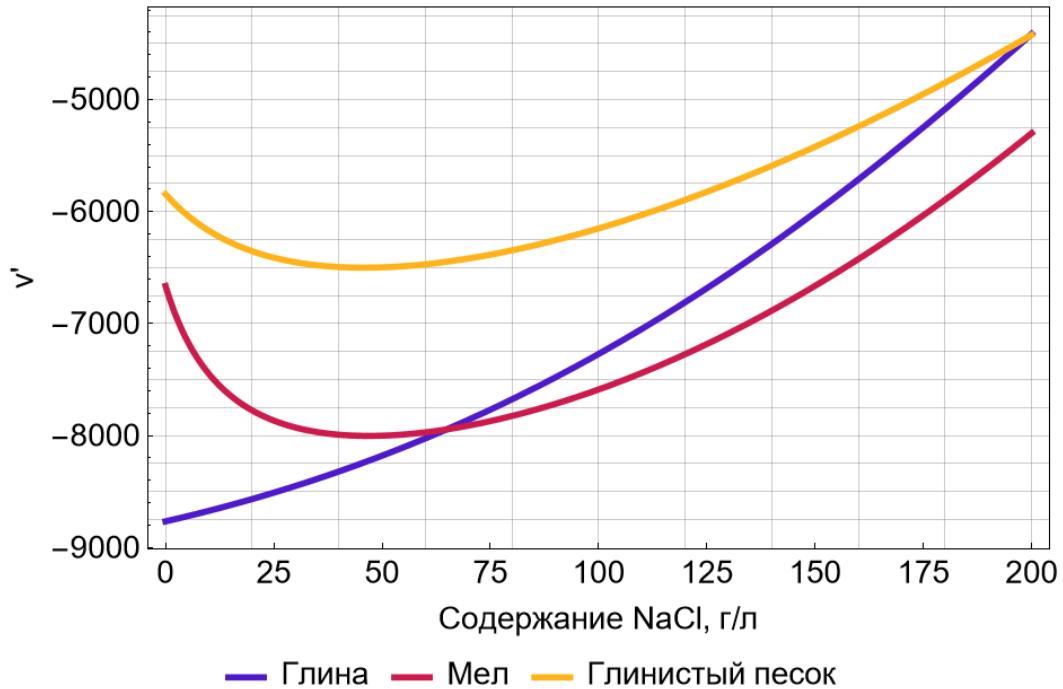


Рисунок 2.26 — Максимальная величина безразмерной скорости переноса влаги вблизи фронта фазового перехода в зависимости от начального содержания NaCl

Из этого рисунка следует, что в случае мела и глинистого песка зависимости скорости переноса влаги демонстрируют локальный минимум, соответствующий наибольшей силе морозного пучения. Однако в случае глины локальный минимум не наблюдается. Это можно объяснить тем, что положение минимума зависит от выбранного расстояния до фронта фазового перехода. Это подтверждается рисунком 2.27а, на котором можно наблюдать появление локального минимума  $v'$  при удалении от фронта фазового перехода. При этом стоит отметить, что локальный минимум не такой выраженный, как в случае мела и глинистого песка.

При анализе рисунка 2.27 использовано допущение о том, что характерное время установления температурного баланса в образце породы значительно меньше времени, за которое в нем происходит заметный перенос влаги. Это допущение обосновано предварительным решением задачи о теплопереносе в рассматриваемых образцах, согласно которому время установления температурного баланса составляет около 1 часа.

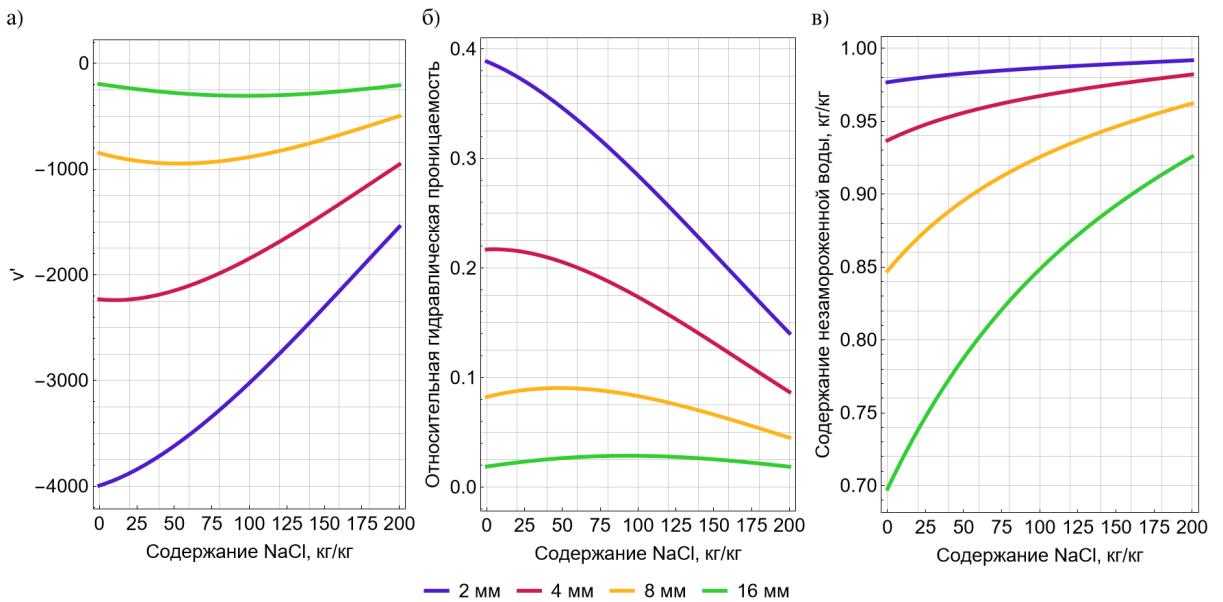


Рисунок 2.27 — Зависимости безразмерной скорости переноса влаги (а), относительной гидравлической проницаемости (б) и количества незамороженной воды (в) от начального содержания соли в образце глины на различных расстояниях от фронта фазового перехода

Изменение безразмерной скорости переноса влаги  $v'$  происходит в основном из-за изменения относительной гидравлической проницаемости  $k_r$  породы, в то время как влияние производной  $dp_l / dT$  на  $v'$  оказывается менее существенным. Из рисунка 2.27б видно, что  $k_r$  изменяется пропорционально  $v'$ . Эти выводы не противоречат ранее сказанному об уменьшении активности рассола и осмотического потенциала, учитываемых в производной  $dp_l / dT$ . С ростом  $s$  осмотический потенциал уменьшается, становясь более отрицательным, что видно из формулы (2.23). Последний фактор также качественно объясняет снижение скорости переноса влаги, однако количественно это снижение более медленное, что видно по наклону кривых на рисунке 2.24.

Наличие зоны увеличения абсолютной величины скорости переноса влаги при возрастании начального содержания соли, наблюдавшейся на рисунке 2.23а, связано с ростом относительной гидравлической проницаемости. Последняя увеличивается вследствие быстрого роста количества незамерзшей влаги  $\gamma$  (см. рисунок 2.27в).

При содержании соли более 100 г/л кривые  $\gamma(s)$  становятся более пологими, а  $k_r$  начинает убывать преимущественно из-за влияния концентрации соли на параметр  $m$ . Параметр  $m$ , в свою очередь, оказывает существенное влияние на величину относительной гидравлической проницаемости даже при  $\gamma \approx const$ . При

фиксированном значении  $\gamma$  производная  $dk_r / dm$  положительна во всем диапазоне параметра  $m$ .

Параметр  $m$ , оказывающий ключевое влияние на снижение скорости переноса влаги в промораживаемом образце породы с увеличением содержания соли, по своему физическому смыслу обычно связывается с распределением размеров пор в породе [150]. Однако в работе [126] он изначально был введён как параметр аппроксимирующего выражения без какого-либо физического обоснования. В данном исследовании изменение параметра  $m$  не может быть связано с изменением поровой структуры минеральных частиц пород, так как добавление соли не оказывает на неё влияния.

Модель ван Генухтена-Муалема широко применяется при решении задач, связанных с переносом влаги в замораживаемых породах. Однако их использование в данном классе задач требует расширения ограниченной физической интерпретации, ранее данной параметру  $m$  (а также параметру  $\omega$ ). В условиях криогенной миграции и фазовых переходов поровой влаги изменение  $m$  может отражать не только характеристики распределения размеров пор, но и комплексное влияние ионных взаимодействий, структурных перестроек незамороженной воды и изменения ее вязкости.

### 2.3 Выводы по главе

1. Проведены лабораторные исследования и теоретическая интерпретация зависимостей теплофизических и прочностных свойств пород — глины аргиллитоподобной, мела и песка сеноманского от температуры и количества растворенного хлористого натрия в поровом пространстве пород.
2. Для всех исследованных пород установлено, что при наличии в породах раствора хлористого натрия температура замерзания воды линейно зависит от содержания соли в диапазоне от 0 кг/кг до 70 кг/кг.
3. Проведена теоретическая интерпретация зависимостей содержания незамороженной воды, удельной теплоемкости и теплопроводности влажных пород от содержания соли с помощью известных в литературе аппроксимирующих зависимостей.
4. Из анализа аппроксимирующих зависимостей установлено, что при наличии солей в поровой влаге у всех рассмотренных пород наблюдается сохранение значительного количества незамороженной воды вплоть до температуры замерзания  $-30^{\circ}\text{C}$ .

5. Проведен анализ скорости протекания термодинамических процессов в породах с помощью введенного параметра — эффективной температуропроводности, представляющей из себя отношение теплопроводности к производной удельной энталпии от температуры. Установлено, что у песка перенос тепла быстрее, чем у глины и мела. При этом несмотря на то, что при замораживании количество незамороженной поровой воды в меле примерно такое же, как и в песке, мел имеет существенно меньшую эффективную температуропроводность. Это можно связать с тем, что мел имеет более низкую теплопроводность и более высокую удельную теплоемкость, чем песок. Глина по сравнению с мелом и песком имеет наименьшую эффективную температуропроводность и наибольшее количество незамороженной воды.
6. Проведено исследование влияния содержания соли на длительную прочность мела и глины. Рассмотрено три вида соли ( $\text{NaCl}$ ,  $\text{KCl}$  и  $\text{CaCl}_2$ ). Для  $\text{NaCl}$  исследованы разные количества соли, содержащейся в поровом растворе. Получено, что предельно-длительная прочность исследуемых типов пород определяется в основном количеством незамороженной воды в них, а влияние содержания и типа растворенной соли на прочность пород реализуется опосредованно через количество незамороженной воды. При этом кривая количества незамороженной воды пород в области отрицательных температур существенно зависит как от типа растворенной соли, так и от ее количества.
7. Проведены экспериментальные исследования морозного пучения в глине, меле и глинистом песке при различных начальных содержаниях хлористого натрия в поровой влаге. Исследования показали, что с увеличением содержания соли в породах интенсивность морозного пучения снижается за исключением области низкого содержания соли. Качественный анализ уравнения переноса влаги показал, что основная причина увеличения влаги в мерзлой зоне при содержании соли — рост относительной гидравлической проницаемости, вызванный увеличением количества незамороженной воды с ростом содержания соли.

Полученная экспериментальная база зависимостей теплофизических и прочностных свойств пород от содержания солей в дальнейшем позволяет провести параметризацию теплофизической модели для теоретического исследования процесса искусственного замораживания пород для условий возведения ледопородного ограждения вокруг проектируемого шахтного ствола на месторождении калийной и каменной соли.

### **3 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛО- И МАССОПЕРЕНОСА В ПОРОДАХ ПРИ ИХ ИСКУССТВЕННОМ ЗАМОРАЖИВАНИИ**

Для оценки влияния содержания солей и переноса влаги на тепло- массообменные процессы в искусственно замораживаемых породах была разработана математическая модель тепло- и массопереноса при формировании ЛПО. Результаты исследований данной главы диссертационной работы публиковались в [49, 110, 112, 113].

#### **3.1 Математическая модель искусственного замораживания пород**

Рассматривалась задача о замораживании влажного засоленного породного массива с помощью кругового контура вертикально ориентированных замораживающих колонок. По замораживающим колонкам циркулировал хладоноситель в виде рассола, что соответствует рассольной схеме замораживания.

Далее приводится список всех принимаемых допущений и учитываемых физических процессов:

- принималось допущение о локальном термодинамическом равновесии твердой и жидкой фаз в каждой точке среды;
- отдельные слои пород принимались достаточно протяженными в вертикальном направлении, что позволяло пренебречь вертикальным теплопереносом в срединных горизонтальных разрезах этих слоев;
- породы принимались полностью насыщенными влагой, а теплофизические свойства твердой и жидкой фаз принимались однородными и изотропными;
- учитывалась сжимаемость пород за счет изменения пористости;
- передача теплоты происходит за счет тепловой диффузии и переноса поровой влаги;
- влага переносится за счет внешнего градиента давления и сил морозного пучения;
- жидкость в породах несжимаемая;
- учитывались процессы теплопередачи между породным массивом и замораживающими колонками;
- выделение скрытой теплоты принималось как вследствие фазового превращения воды в лед, так и по причине выпадения соли в осадок;
- эффект переохлаждения поровой влаги не рассматривался.

Ввиду всех принятых модельных допущений можно сказать, что тепло- и массообменные процессы протекают преимущественно в горизонтальной плоскости.

По этим причинам рассматриваемую задачу можно свести к двумерной постановке. В этом случае тепло- и массоперенос описывается уравнениями баланса энергии и массы в следующем виде [47, 49]:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_l L_m \frac{\partial(w\gamma)}{\partial t} - \rho_s L_s \frac{\partial(w\gamma s)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_l c_l \mathbf{v} T) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T), \quad (3.1)$$

$$[\rho_s - \rho_l \gamma - \rho_i (1-\gamma)] \frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v} \rho_l n) = \nabla \cdot (D_n \nabla n), \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{s_0}{\gamma^2} \frac{\partial \gamma}{\partial t} = \nabla \cdot (D_s \nabla s), \quad (3.3)$$

где  $\rho$ ,  $\rho_s$ ,  $\rho_l$ ,  $\rho_i$  — плотность влажной породы, соли, жидкой фазы и льда, кг/м<sup>3</sup>;  $c$ ,  $c_l$  — удельная теплоемкость влажной породы и жидкой фазы, Дж/(кг·°C);  $T$  — температура породы, °C;  $t$  — время, с;  $L_m$ ,  $L_s$  — удельная теплота фазового перехода влаги и соли, Дж/кг;  $n$  — пористость породы, м<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>;  $w$  — влагосодержание в породе, кг/кг;  $\gamma$  — содержание незамороженной воды, м<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>;  $s$  — содержание (концентрация) соли в поровой влаге, кг/кг;  $s_0$  — начальное содержание соли в поровой влаге, кг/кг;  $\mathbf{v}$  — вектор скорости переноса влаги, м/с;  $\lambda$  — теплопроводность влажной породы, Вт/(м·°C);  $D_n$ ,  $D_s$  — коэффициенты расщепления породы и диффузии соли м<sup>2</sup>/с.

Следует отметить, что величина  $D_n$  характеризует процесс расщепления и перераспределения механических напряжений в породе, подверженной морозному пучению. Комплекс  $\rho c$  задавался в соответствии с уравнением (2.14), теплопроводность влажной породы — уравнением (2.13). Содержание незамороженной воды описывалось моделью ван Генухтена-Муалема (1.5).

Необходимо прокомментировать вывод уравнения (3.3). Как было ранее отмечено в параграфе 1.3, при замораживании засоленной влаги кристаллизуется только чистая вода, в то время как соль скапливается в незамороженной воде. Данный процесс математически можно выразить следующим выражением:

$$s = \frac{s_0}{\gamma}, \quad (3.4)$$

где  $s_0$  — начальное объемное содержание соли в поровой влаге, кг/кг. Путем взятия производной Лагранжа от уравнения (3.4) придем к исходному уравнению (3.3). При этом в данном уравнении отсутствует конвективная часть, связанная с переносом влаги. Это связано с тем, что соль моделируется относительно не всего порового пространства, а относительно ее содержания только в поровой влаге. Следовательно,  $s$

отражает концентрацию соли в поровой влаге, которая не зависит от движения влаги, а лишь от ее содержания в элементарном объеме.

Предполагалось, что поровая влага мигрирует за счет градиента напора и сил морозного пучения:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_h + \mathbf{v}_f, \quad (3.5)$$

где  $\mathbf{v}_h$ ,  $\mathbf{v}_f$  — скорость переноса влаги под действием градиента напора и сил морозного пучения, м/с;

В силу несжимаемости жидкости и ее фильтрационного режима течения каждую компоненту скорости переноса жидкости в уравнении (3.5) можно описать с помощью уравнения Дарси [94]:

$$\mathbf{v}_h = -\frac{k k_r}{\rho_l g} \nabla p_h, \quad (3.6)$$

$$\mathbf{v}_f = -\frac{k k_r}{\rho_l g} \nabla p_f, \quad (3.7)$$

где  $k$  — гидравлическая проницаемость пород, м/с;  $k_r$  — относительная гидравлическая проницаемость парод;  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup> — ускорение свободного падения;  $p_h$ ,  $p_f$  — давление в породе под действием градиента напора и сил морозного пучения, Па. Относительная проницаемость пород описывалась уравнением (2.24).

Для расчета  $\mathbf{v}_h$  необходимо знать распределение  $p_h$ , которое можно рассчитать из условия несжимаемости жидкой фазы:

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_h = \nabla \cdot \left( -\frac{k k_r}{\rho_l g} \nabla p_h \right) = 0. \quad (3.8)$$

Из-за наличия явной зависимости  $p_f$  от температуры, которая следует из уравнения (2.23), скорость переноса  $\mathbf{v}_f$  можно рассчитать из распределения температуры путем полного дифференцирования  $p_f$  по температуре:

$$\mathbf{v}_f = -\frac{k k_r}{\rho_l g} \frac{\partial p_f}{\partial T} \nabla T. \quad (3.9)$$

Система уравнений (3.1)–(3.9) дополняется начальными и граничными условиями:

$$T|_{t=0} = T_0, n|_{t=0} = n_0, \theta_s|_{t=0} = \theta_{s0}, \quad (3.10)$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}}|_{\Omega_{in}} = 0, \frac{\partial n}{\partial \mathbf{n}}|_{\Omega_{in}} = 0, \frac{\partial \theta_s}{\partial \mathbf{n}}|_{\Omega_{in}} = 0, p_h|_{\Omega_{in}} = p_{in}, \quad (3.11)$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\Omega_{out}} = 0, \quad \frac{\partial n}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\Omega_{out}} = 0, \quad \frac{\partial \theta_s}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\Omega_{out}} = 0, \quad p_h \Big|_{\Omega_{out}} = p_{out}, \quad (3.12)$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\Omega_e} = 0, \quad \frac{\partial n}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\Omega_e} = 0, \quad \frac{\partial \theta_s}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\Omega_e} = 0, \quad \frac{\partial p_h}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\Omega_e} = 0, \quad (3.13)$$

$$\left. \left( -\lambda \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} = \alpha_{fb} (T - T_{fb}) \right) \right|_{\Omega_{fb}} = 0, \quad \frac{\partial n}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\Omega_{fb}} = 0, \quad \frac{\partial \theta_s}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\Omega_{fb}} = 0, \quad \frac{\partial p_h}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\Omega_{fb}} = 0, \quad (3.14)$$

где  $T_0$ ,  $T_{fb}$  — начальная температура породы и температура хладоносителя в замораживающей колонке,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $n_0$  — начальная пористость;  $\mathbf{n}$  — вектор нормали к границе, м;  $p_{in}$ ,  $p_{out}$  — давление породы на входе и на выходе в расчетную область, Па;  $\alpha_{fb}$  — коэффициент теплоотдачи между породным массивом и замораживающей колонкой,  $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^{\circ}\text{C})$ ;  $\Omega_{in}$ ,  $\Omega_{out}$ ,  $\Omega_e$ ,  $\Omega_{fb}$  — границы входа в расчетную область, выхода из расчетной области, внешние и замораживающих колонок. При известных свойствах и скорости теплоносителя (рассола) в замораживающих колонках, а также их геометрических параметров коэффициент теплоотдачи  $\alpha_{fb}$  можно рассчитать по следующей формуле:

$$\alpha_{fb} = \frac{15\lambda_b}{d} \left( \frac{3600v_b d}{a_b} \right)^{0.23} \left( \frac{L}{d} \right)^{-0.5}. \quad (3.15)$$

где  $\lambda_b$  — теплопроводность рассола,  $\text{Вт}/(\text{м} \cdot ^{\circ}\text{C})$ ;  $d$  — диаметр замораживающей колонки, м;  $v_b$  — средняя скорость течения рассола по длине замораживающей колонки,  $\text{м}/\text{с}$ ;  $a_b$  — температуропроводность рассола,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;  $L$  — длина замораживающей колонки, м. Следует отметить, что формула (3.15) справедлива только для ламинарного режима течения рассола.

Для численной дискретизации уравнений (3.1)–(3.9) по пространству применялся метод конечных объемов [89], для дискретизации по времени — неявная схема Эйлера [45]. Реализация численных алгоритмов, построение геометрий и вычислительных сеток выполнены в рамках разработанного программного комплекса TES.

### 3.2 Валидация математической модели искусственного замораживания пород

Валидация предложенной математической модели искусственного замораживания пород проходила по данным лабораторных и натурных экспериментов. Были рассмотрены следующие постановки:

1. Лабораторное замораживание засоленных пород с помощью двух замораживающих скважин;
2. Лабораторное исследование формирования морозного пучения в засоленных породах;
3. Натурное замораживание пород в условиях плоскопараллельного течения;
4. Сравнение с программой FrozenWall для условий натурного замораживания пород с высокой минерализацией поровой влаги;

Экспериментальные данные для постановки 1 были взяты из работы [108]. В данной работе исследовалось замораживание кварцевого песка при различном содержании растворенной соли.

Ранее в параграфе 2.2 описаны экспериментальные исследования морозного пучения пород. Полученные в рамках данного исследования распределения влажности пород по длине образцов были взяты за основу для валидации модели в постановке 2.

Валидация модели в постановке 3 проводилась путем сравнения модельных температур с данными мониторинга температуры вокруг скрепового ствола Дарасинского рудника. Аналогичным образом проводилась валидация в постановке 4, однако в качестве объекта был рассмотрен скреповой ствол Талицкого горно-обогатительного комплекса (ГОК). Кроме того, в постановке 4 проводится сравнение с программой FrozenWall. Данная программа ранее была использована сотрудниками «Горного института УрО РАН» для мониторинга формирования ЛПО на различных рудниках.

### **3.2.1 Валидация по данным лабораторного замораживания засоленных пород с помощью двух замораживающих скважин**

Эксперимент из работы [108] проводился с помощью системы замораживания пород включающей в себя емкость с исследуемой породой размерами  $1,5 \text{ м} \times 2 \text{ м} \times 1 \text{ м}$ , систему циркуляции влаги через породу для имитации односторонней переноса влаги, систему циркуляции теплоносителя через замораживающие колонки и систему сбора и анализа температуры (см. рисунок 3.1). Замораживание производилось с помощью двух замораживающих колонок.

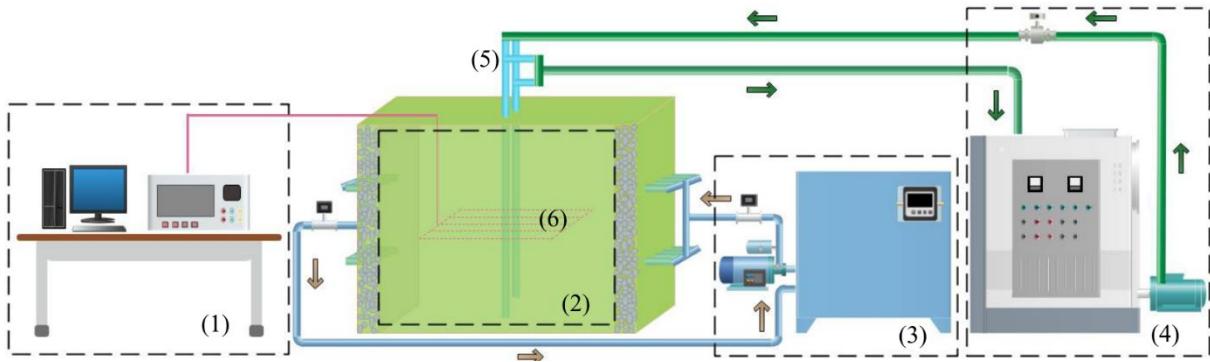


Рисунок 3.1 — Схематичное изображение системы замораживания в эксперименте 1 [108]: (1) система сбора и анализа температуры; (2) емкость с исследуемыми породами; (3) система циркуляции влаги; (4) система циркуляции теплоносителя в замораживающих колонках (система замораживания); (5) замораживающие колонки; (6) сетка температурных датчиков

К системе сбора и анализа температуры подключается сетка температурных датчиков, расположенных в центре емкости с породой. Точность измерения температуры составляла  $0,1^{\circ}\text{C}$ . Схематичное изображение сетки датчиков представлено на рисунке 3.2.

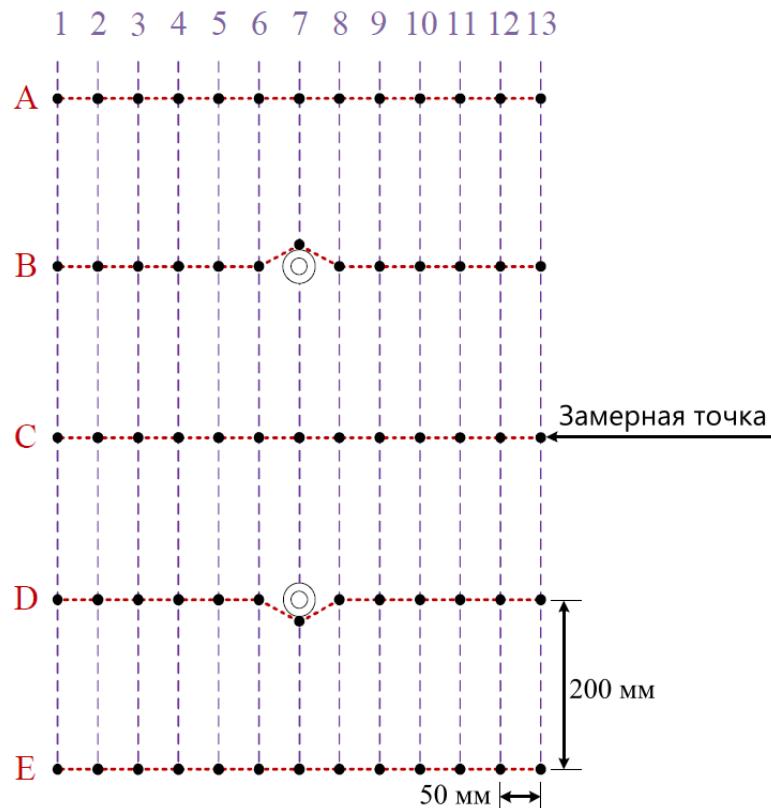


Рисунок 3.2 — Схематичное изображение сетки температурных датчиков эксперимента 1 [108]

Радиус замораживающих колонок — 0,02 м, расстояние между колонками — 0,4 м. Информация по схеме замораживания, теплофизическим свойствам теплоносителя, скорости циркуляции теплоносителя в [108] не представлена. Температура

теплоносителя в системе замораживания задавалась на отметке  $-30^{\circ}\text{C}$ . Циркуляция теплоносителя производилась по коаксиальным трубам.

Для исследования рассматривался кварцевый песок с влагосодержанием 0,2 кг/кг и пористостью 0,32 м<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>. Следует отметить, что в [108] не указаны теплопроводность и удельная теплоемкость сухих частиц песка, которые соответствовали исследуемым образцам. По этим причинам данные свойства породы калибровались в диапазоне известных в литературе величин кварцевого песка. При этом значение теплопроводности сухих частиц пород значительно менялось в зависимости от начального содержания соли, т.к. от содержания соли значительно менялся поправочный коэффициент  $\xi$  в модели теплопроводности (2.13). Однако общее изменение теплопроводности в зависимости от температуры оставалось в приемлемых пределах. Необходимость значительных калибровок теплопроводности связывается с тем, что исследуемые образцы пород возможно были неполностью насыщенными, что приводило к сильной неоднородности влаги во всем объеме песка. Также в силу высоких фильтрационных свойств и сыпучести песка в нем может быть выражен процесс перераспределения влаги по причине расширения льда в процессе замораживания. Интересно то, что подобные особенности, связанные с теплопроводностью, также наблюдались в ходе исследований песчаной породы, представленных ранее в параграфе 2.1.4. Ввиду этого можно сделать предположения, что песчаники подвержены некоторым процессам перераспределения влаги в процессе замораживания или более подвержены внешним обстоятельствам, чем другие породы, а потому проводимые лабораторные исследования могут содержать значительные погрешности.

Замораживание песка производилось при различном содержании NaCl в поровой влаге. В связи с этим в [108] были проведены исследования по определению температуры замерзания воды в кварцевом песке от содержания NaCl. Из полученных результатов была установлена линейная зависимость температуры замерзания воды от массового содержания NaCl. Полученные экспериментальные данные в [108] аппроксимировались линейной зависимостью:

$$T_l = -0,08 - 0,073s, \quad (3.16)$$

где  $T_l$  — температура замерзания воды,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $s$  — массовое содержание NaCl, г/л.

Полученные в [108] результаты по температуре начала замерзания воды согласуются с результатами, представленным в параграфе 2.1.

Однако помимо температуры замерзания воды в [108] не представлены исследования по зависимости содержания незамороженной воды от температуры и

содержания NaCl. Таким образом, материальные параметры модели содержания незамороженной воды (1.5) также калибровались. Принятые значения материальных параметров, зависящих от массового содержания NaCl, представлены в таблице 3.1. В данной таблице также представлены остальные используемые при моделировании параметры. На рисунке 3.3 представлены кривые содержания незамороженной воды при различном содержании NaCl.

Таблица 3.1 — Параметры модели замораживания кварцевого песка в эксперименте 1 ( $s$  дано в г/л)

Параметр	Значение
Пористость	0,32
Плотность сухих частиц породы/воды/льда, кг/м <sup>3</sup>	2100/1000/912
Теплопроводность сухих частиц породы, Вт/(м·°C)	2,7 (NaCl 20 г/л), 6 (NaCl 40 г/л)
Теплопроводность воды/льда, Вт/(м·°C)	2,22/0,58
Поправочный коэффициент теплопроводности $\xi$	2,5 (NaCl 20 г/л), 4 (NaCl 40 г/л)
Удельная теплоемкость сухих частиц породы/воды/льда, Дж/(кг·°C)	850/4200/2100
Скрытая теплота кристаллизации воды, Дж/кг	333500
Параметр $m$ модели ван Генухтена-Муалема	0,6 – 0,004 $s$
Параметр $\omega$ модели ван Генухтена-Муалема	0,1 + 0,015 $s$
Коэффициент диффузии NaCl, мм <sup>2</sup> /с	0,0002

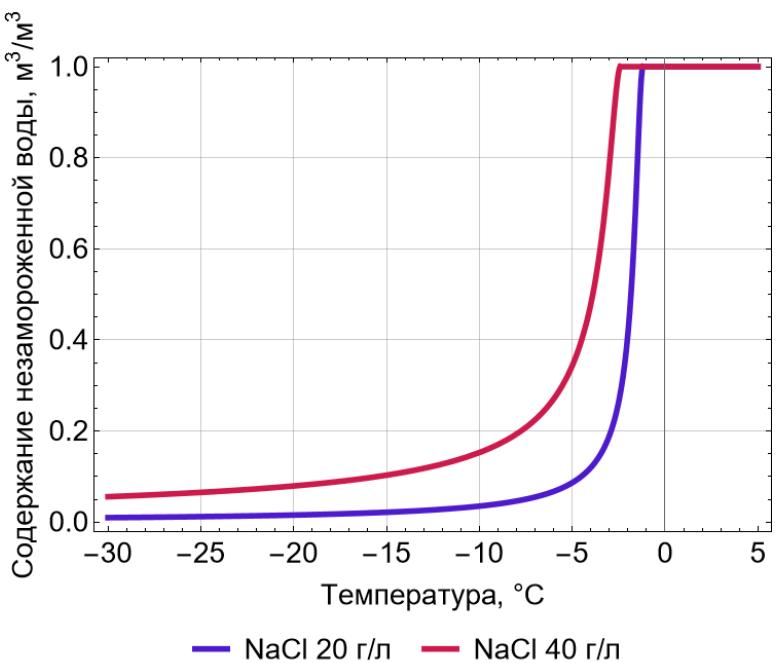


Рисунок 3.3 — Содержание незамороженной воды для кварцевого песка эксперимента 1 при различных содержаниях NaCl

На рисунке 3.4 показано сравнение результатов моделирования и экспериментальных замеров. Сравнение проводилось для плоскостей В и С, положение которых можно увидеть на рисунке 3.2. Плоскость В проходит через центр замораживающих колонок, плоскость С — между замораживающими колонками. Экспериментальные замеры для разного содержания NaCl получены не для одного и того же момента времени, а строились для моментов времени, когда в точках В2 и С2 достигалась температура 2 °C. Модельное распределение температуры строилось по тому же принципу.

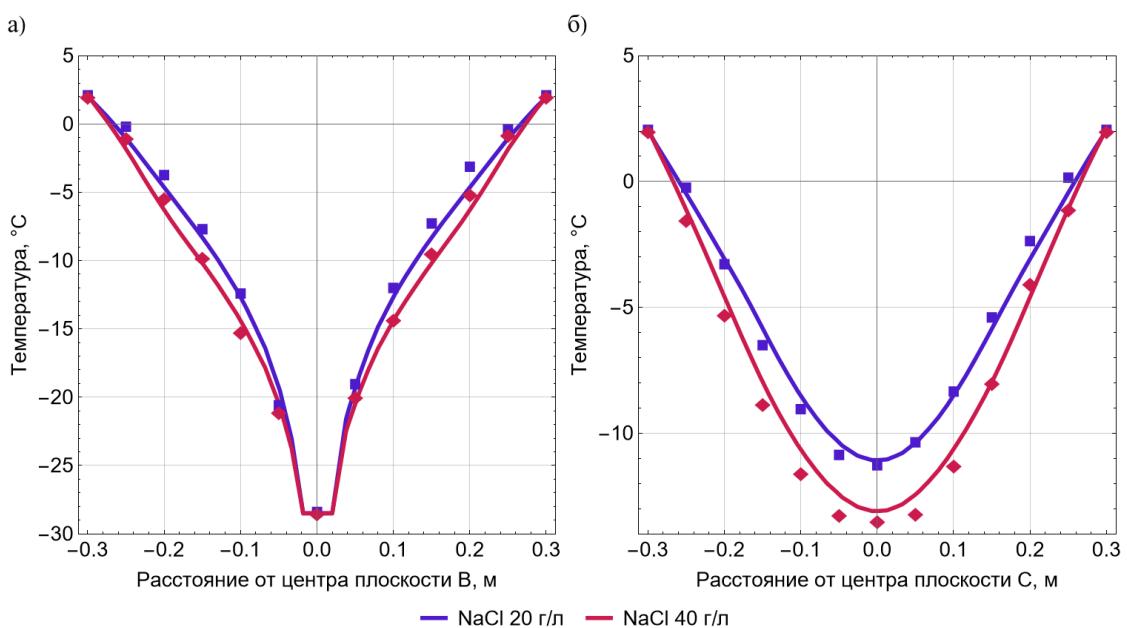


Рисунок 3.4 — Сравнение экспериментального (маркеры) и модельного (кривые) распределений температуры в плоскости В (а) и С (б)

Из рисунка 3.4 можно видеть хорошее соответствие между экспериментом и моделью. Максимальное расхождение между экспериментом и моделью не более 1 °С. Однако с учетом способа построения экспериментального распределения температуры нельзя сказать наверняка насколько точно полученные модельные данные согласуются с экспериментом в динамике. Для валидации модели в динамике проводилось сравнение экспериментальной и модельной толщин ЛПО в зависимости от времени. Толщина ЛПО рассчитывалась по изотерме температуры замерзания воды. Сравнение экспериментальной и модельной толщин ЛПО представлено на рисунке 3.5. На данном рисунке можно наблюдать хорошее соответствие между экспериментом и моделью на всем исследуемом временном промежутке (64 часа).

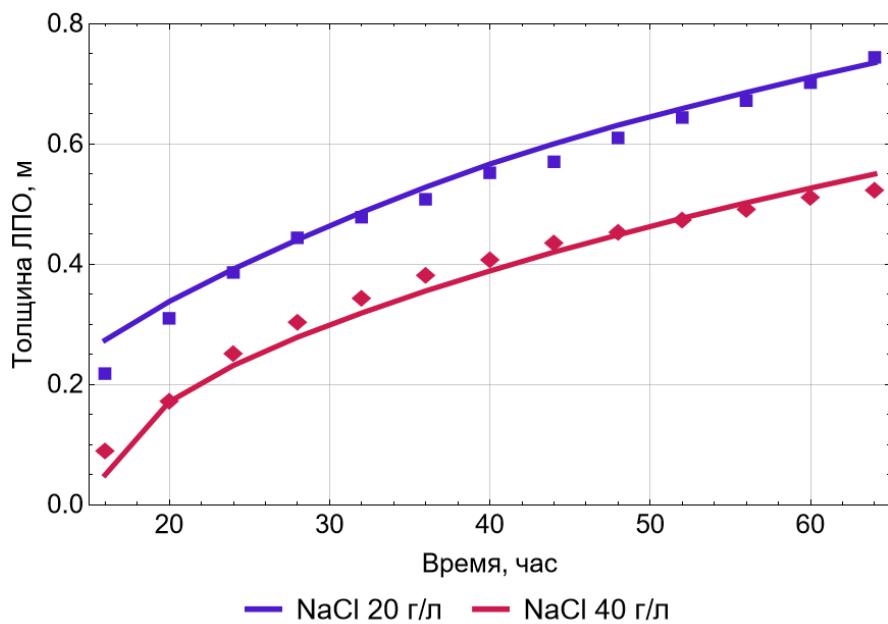


Рисунок 3.5 — Сравнение экспериментальной (маркеры) и модельной (кривые) толщин ЛПО

Исходя из проведенного сравнения экспериментальных и модельных распределений температуры и толщины ЛПО можно говорить о корректности модели с учетом подобранных параметров. Данный валидационный пример примечателен тем, что несмотря на малое количество известных параметров эксперимента и определенных особенностей, связанных с неоднородным распределением теплофизических свойств песка, модель удалось откалибровать и получить хорошее соответствие с экспериментом. Кроме того, необходимость в значительной калибровке параметров теплопроводности в модели проявляет возможную проблему со значительным перераспределением влажности в песчаных породах.

### 3.2.2 Валидация по данным лабораторного исследования формирования морозного пучения

В рамках эксперимента по морозному пучению исследовалось влияние содержания NaCl на формирование морозного пучения в глине, меле и глинистом песке. Описание проведенного эксперимента представлено в параграфе 2.2. В этом же параграфе и параграфе 2.1 представлены теплофизические свойства пород, которые использовались в рамках данной валидации. На рисунках 3.6–3.8 представлено сравнение экспериментального и модельного распределения влажности в мерзлой зоне при различном начальном содержании NaCl для глины, мела и глинистого песка.

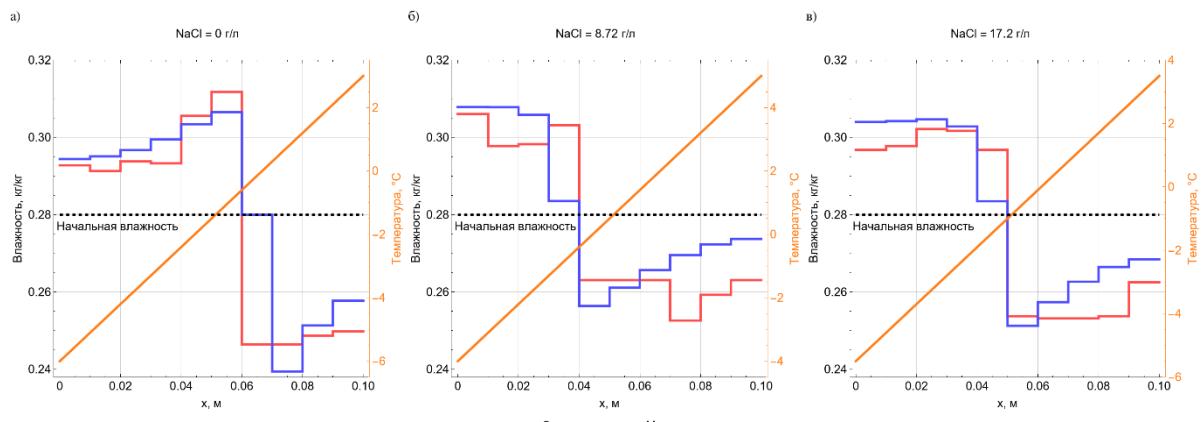


Рисунок 3.6 — Сравнение экспериментального и модельного распределения влажности в мерзлой зоне при формировании морозного пучения. Глина

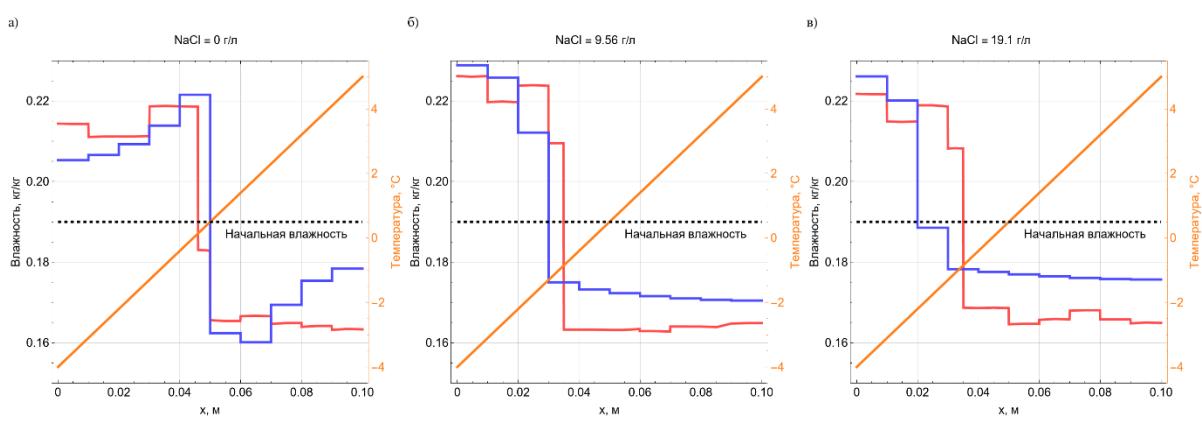


Рисунок 3.7 — Сравнение экспериментального и модельного распределения влажности в мерзлой зоне при формировании морозного пучения. Мел

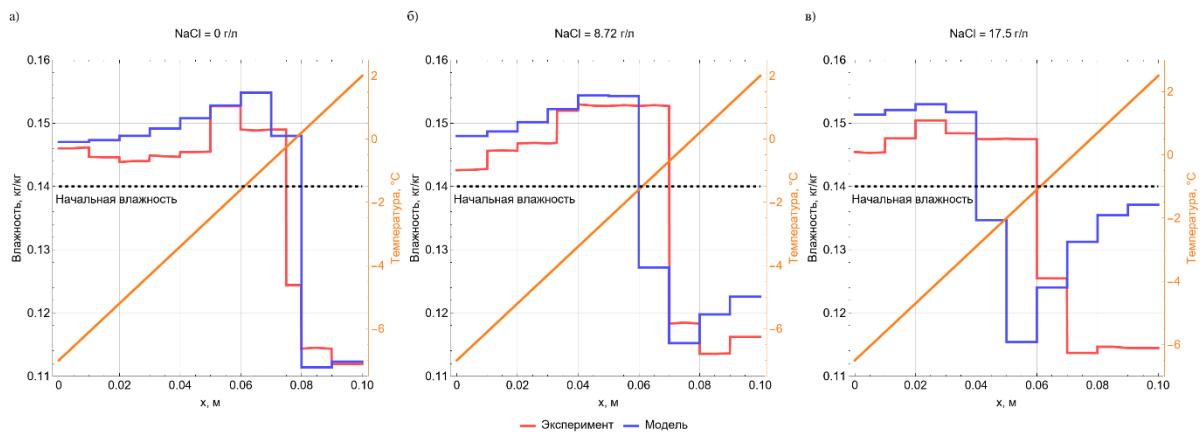


Рисунок 3.8 — Сравнение экспериментального и модельного распределения влажности в мерзлой зоне при формировании морозного пучения. Глинистый песок

Из полученных результатов можно наблюдать, что в среднем модель показывает выше значения влажности как в мерзлой, так и в талой зонах. Такие различия между моделью и экспериментом можно объяснить погрешностями, связанными с замерами влажности, с несоблюдением точного температурного режима при проведении эксперимента и неоднородностью теплофизических свойств и влажности в объеме образцов. С учетом данных обстоятельств различия между моделью и экспериментом можно считать приемлемыми. Таким образом, разработанная упрощенная модель морозного пучения может быть применена для описания формирования данного процесса как в засоленных, так и в незасоленных породах. Важно также отметить, что проведенное моделирование морозного пучения количественно подтверждает приведенные в параграфе 2.2 рассуждения о причинах увеличения влажности в диапазоне малого содержания NaCl.

### 3.2.3 Валидация по данным натурного мониторинга замораживания пород в условиях плоскопараллельного течения

Валидация проводилась с использованием данных мониторинга температуры, полученных при проходке скипового ствола Дарасинского рудника. На данном руднике в песчаной породе в интервале глубин 133–141 м была обнаружена фильтрация влаги. Из анализа экспериментальных данных мониторинга температуры было установлено, что скорость фильтрации влаги составляла 0,03 м/сут. Следует отметить, что проходимые на руднике породы являлись слабозасоленными (в среднем минерализация влаги составляла 1 г/л), а потому влияние соли в данном случае мало. Также, поскольку песчаные породы не склонны к морозному пучению, то данный процесс не учитывался.

Замораживание пород на руднике осуществлялось с помощью 39 замораживающих колонок диаметром 0,146 м. Колонки размещались по круговому контуру диаметром 15,4 м. Диаметр ствола составлял 8 м (см. рисунок 3.9).

Замораживание производилось по рассольной схеме. Мониторинг состояния рассола в замораживающих колонках включал в себя как замеры температуры рассола, так и его расход (см. рисунок 3.10). Температурный мониторинг ЛПО включал в себя замеры температуры в трех контрольно-термических (КТ) скважинах. Принятые для моделирования теплофизические свойства песка представлены в таблице 3.2.

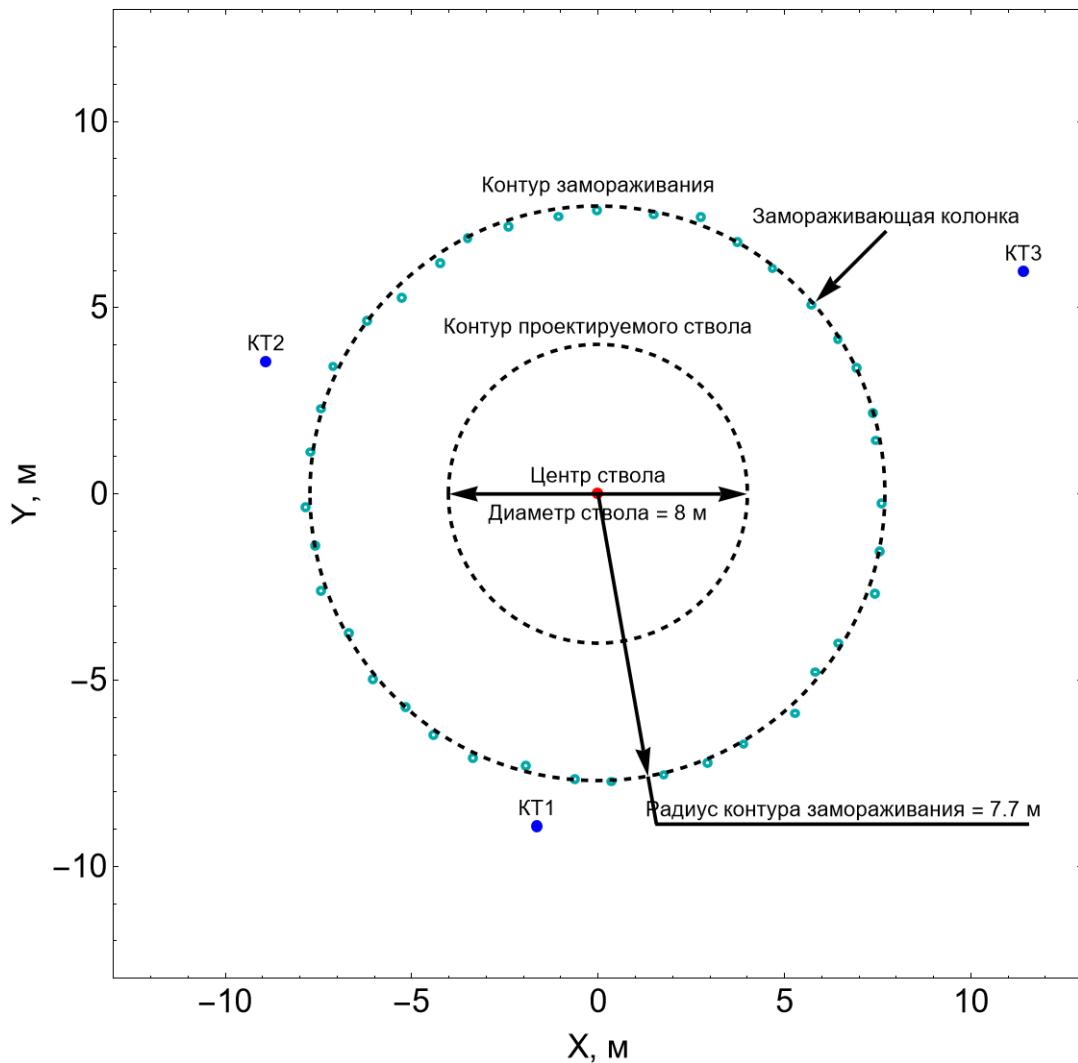


Рисунок 3.9 — Расположение замораживающих колонок и контрольно-термических (КТ) скважин сkipового ствола Дарасинского рудника в слое песка на глубине 137 м

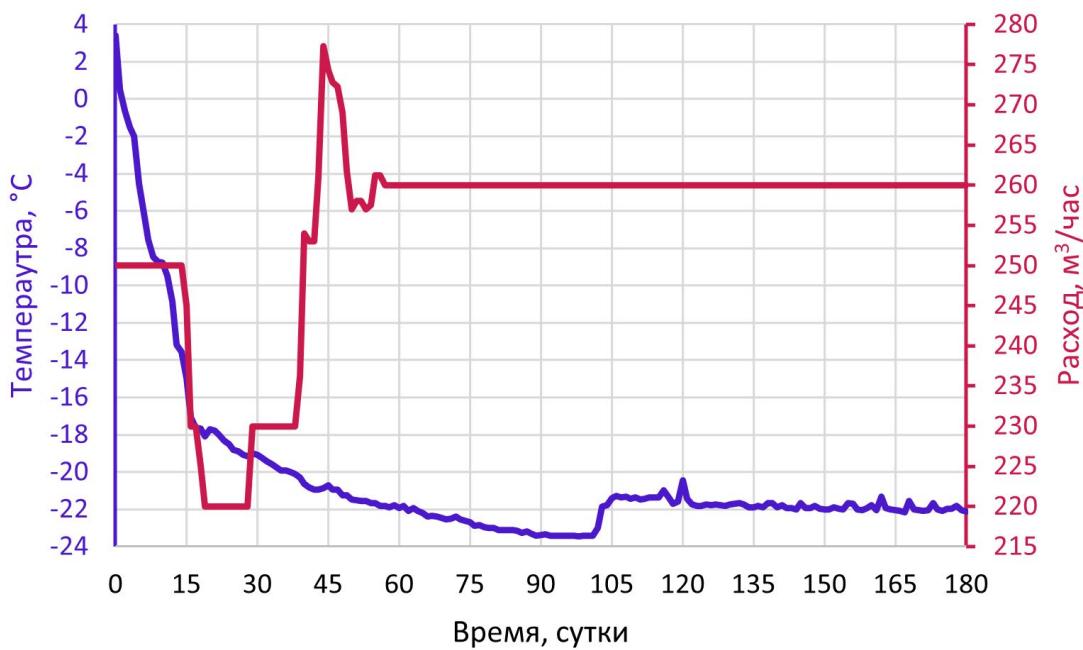


Рисунок 3.10 — Динамика температуры и расхода рассола в замораживающих колонках

Таблица 3.2 — Принятые модельные теплофизические свойства песка Дарабинского рудника на глубине 137 м

Свойство	Значение
Плотность сухих частиц породы, кг/м <sup>3</sup>	2613
Плотность воды, кг/м <sup>3</sup>	1000
Плотность льда, кг/м <sup>3</sup>	912
Удельная теплоемкость сухих частиц породы, Дж/(кг·°C)	780
Удельная теплоемкость воды, Дж/(кг·°C)	4200
Удельная теплоемкость льда, Дж/(кг·°C)	2100
Теплопроводность сухих частиц породы, Дж/(кг·°C)	2,7
Теплопроводность воды, Дж/(кг·°C)	0,56
Теплопроводность льда, Дж/(кг·°C)	2,2
Поправочный коэффициент теплопроводности	1,6
Влажность, кг/кг	0,13
Пористость, м <sup>3</sup> /м <sup>3</sup>	0,28

На рисунке 3.11 представлено сравнение температур в КТ скважинах и разница между модельными ( $T_m$ ) и экспериментальными ( $T_e$ ) температурами. Следует отметить, что сравнение модели и эксперимента в первые 49 суток не приводилось, т.к. до этого момента КТ скважины не были смонтированы. Полученные рассогласования между моделью и экспериментом можно считать приемлемыми, поскольку они не превышают 1 °C.

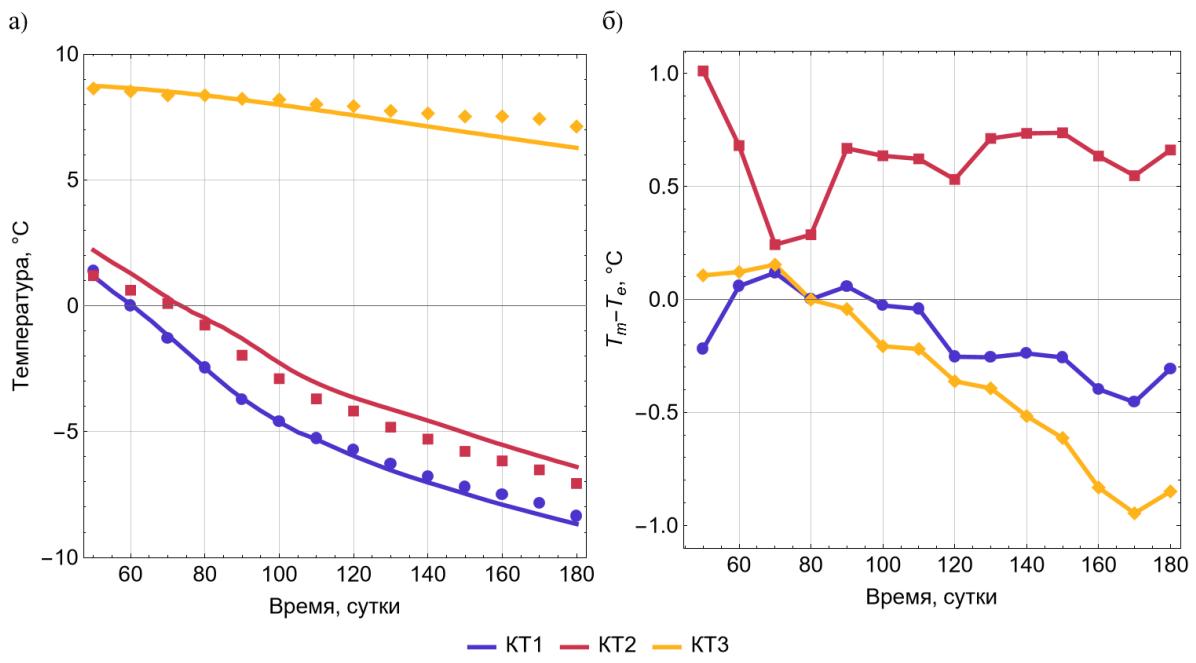


Рисунок 3.11 — Экспериментальные (маркеры) и модельные (кривые) температуры в КТ скважинах (а) и разница между модельными и экспериментальными температурами в КТ скважина (б). Песок (глубина 137 м)

Из полученных результатов можно сделать вывод, что представленная математическая модель может быть применена для моделирования формирования ЛПО как при наличии, так и отсутствии переноса влаги. При этом применение модели не ограничивается лишь лабораторными случаями и успешно может использоваться в натурных условиях.

### 3.2.4 Сравнение с программой FrozenWall для условий натурного замораживания пород с высокой минерализацией поровой влаги

Валидация и сравнение предложенной модели с моделью в программе FrozenWall проводилось для условий скипового ствола Талицкого ГОК. Во всем интервале ствола характерна минерализация поровой влаги, величина которой растет с глубиной (см. рисунок 3.12). В интервале глубин 174-229 м минерализация достигает наибольших значений и варьируется в диапазоне от 8,7 до 16,1 г/л. Сама соль является многокомпонентной и в основе состоит из хлорида натрия, хлорида калия, сульфатов кальция и магния.

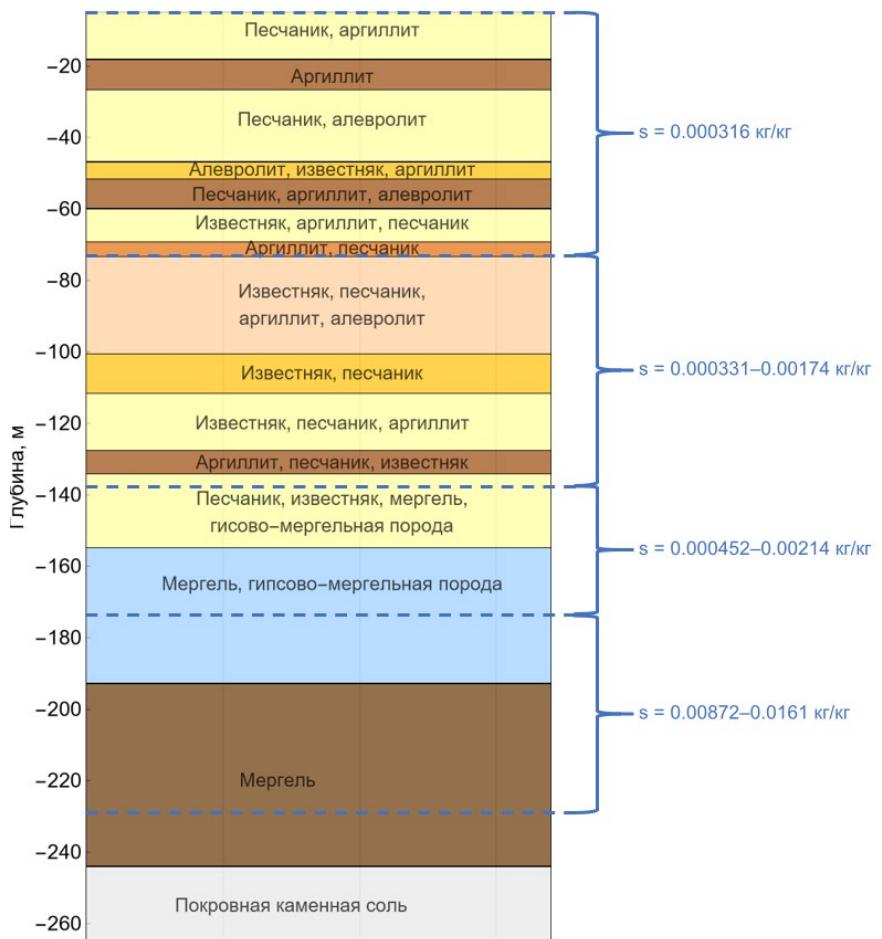


Рисунок 3.12 — Распределение минерализации поровой влаги в интервале проходки скипового ствола Талицкого ГОК

Для валидации был выбран слой мергеля, залегающий в интервале глубин 193–244 м. Замораживание пород осуществлялось с помощью 45 замораживающих скважин диаметром 0,146 м. Радиус контура замораживания составлял 9 м. Мониторинг за формированием ЛПО осуществлялся с помощью трех КТ скважин (см. рисунок 3.13). График температуры и расхода в замораживающих скважинах представлен на рисунке 3.14. Рассмотренный интервал замораживания охватывает два периода: активный — до 260 суток; пассивный — после 260 суток.

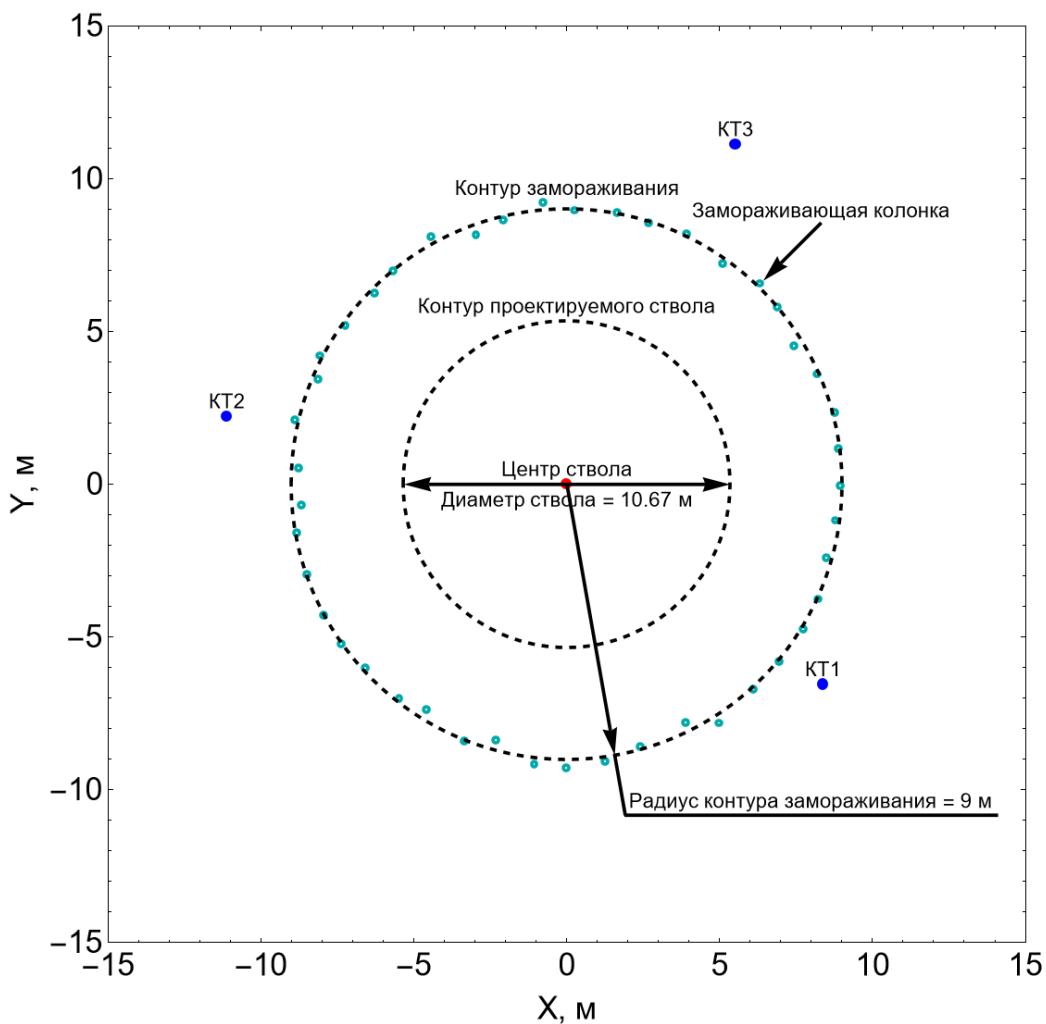


Рисунок 3.13 — Расположение замораживающих колонок и контрольно-термических (КТ) скважин скипового ствола Талицкого ГОК в слое мергеля на глубине 220 м

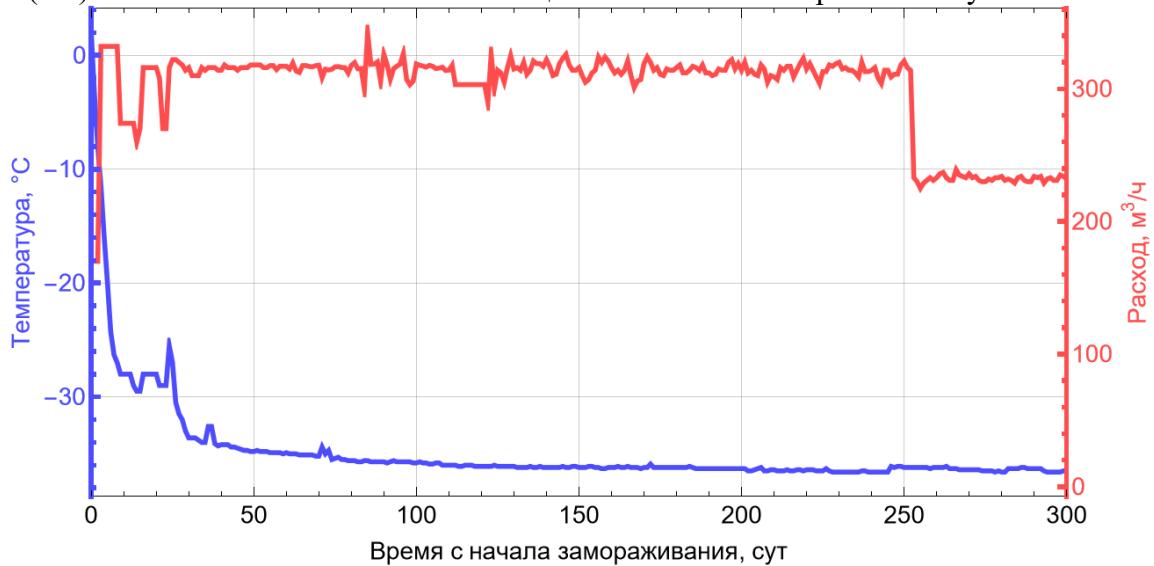


Рисунок 3.14 — Температура и расход рассола в замораживающих скважинах Талицкого ГОК

При моделировании замораживания было учтено влияние соли в поровой влаге и морозное пучение. Принятые теплофизические свойства в модели представлены в таблице 3.3. На рисунке 3.15 представлены зависимости содержания незамороженной

воды, теплопроводности и удельной теплоемкости от температуры при начальном содержании соли в мергеле.

Таблица 3.3 — Принятые модельные теплофизические свойства мергеля Талицкого ГОК на глубине 220 м ( $s$  дано в г/л)

<b>Свойство</b>	<b>Значение</b>
Плотность влажной породы, кг/м <sup>3</sup>	2130
Плотность сухих частиц породы, кг/м <sup>3</sup>	2563
Плотность воды, кг/м <sup>3</sup>	1000
Плотность льда, кг/м <sup>3</sup>	912
Удельная теплоемкость сухих частиц породы, Дж/(кг·°C)	900
Удельная теплоемкость воды, Дж/(кг·°C)	4200
Удельная теплоемкость льда, Дж/(кг·°C)	2100
Теплопроводность сухих частиц породы, Вт/(м·°C)	3
Теплопроводность воды, Вт/(м·°C)	0,56
Теплопроводность льда, Вт/(м·°C)	2,2
Поправочный коэффициент теплопроводности	1,8
Влажность, кг/кг	0,13
Пористость, м <sup>3</sup> /м <sup>3</sup>	0,28
Начальное содержание соли, кг/кг	0,015
<b>Параметры модели ван Генухтена-Муалема</b>	
Температура замерзания воды, °C	-1–0,065 $s$
Характеристическая температура охлаждения, °C	0,1+0,21 $s$
Индекс распределения радиуса пор	0,8–0,02 $s$
Остаточное содержание незамороженной воды, м <sup>3</sup> /м <sup>3</sup>	0,01

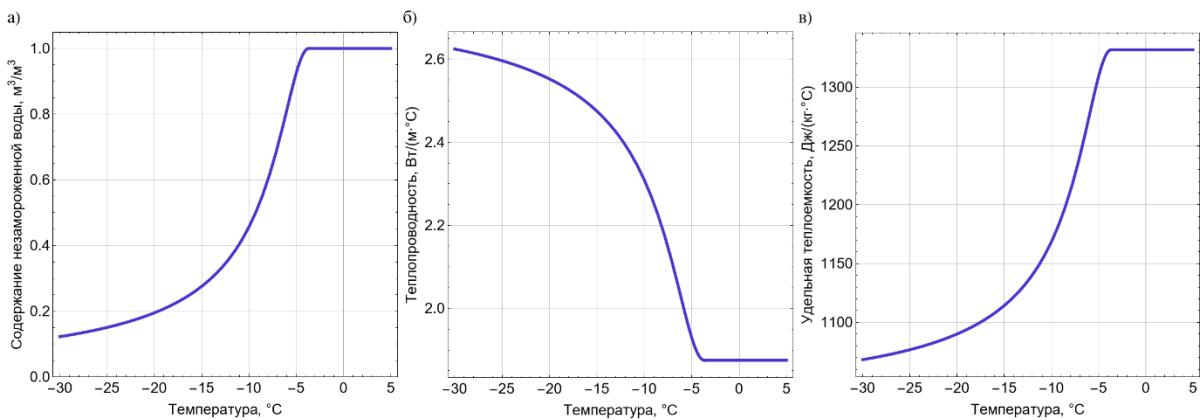


Рисунок 3.15 — Модельные кривые содержания незамороженной воды (а), теплопроводности (б) и удельной теплоемкости (в) слоя мергеля Талицкого ГОК

Валидация предложенной модели и ее сравнение с программой FrozenWall проводилась по данным температур в КТ скважинах. Следует отметить, что в программе FrozenWall основу модели замораживания пород составляет уравнение теплопереноса в энталпийной постановке. При этом, в отличие от предложенной модели, содержание незамороженной воды моделируется упрощенно с помощью кусочно-линейной функции от температуры, аналогично (1.7), а наличие соли не моделируется в явном виде.

На рисунке 3.16 представлено сравнение температур в КТ скважинах и разница между модельными ( $T_m$ ) и экспериментальными ( $T_e$ ) температурами для представленной (новой) модели и модели FrozenWall (на рисунках экспериментальные данные представлены точками, а модельные данные — кривыми). Следует отметить, что теплофизические свойства для FrozenWall задавались с даты последней калибровки модели и в процессе расчета не калибровались.

В случае новой модели получена приемлемая разница между моделью и экспериментом, которая не превышает 1 °C на всем временном промежутке. В случае FrozenWall можно наблюдать значительные превышения разницы температур модели и эксперимента, более чем 1 °C.

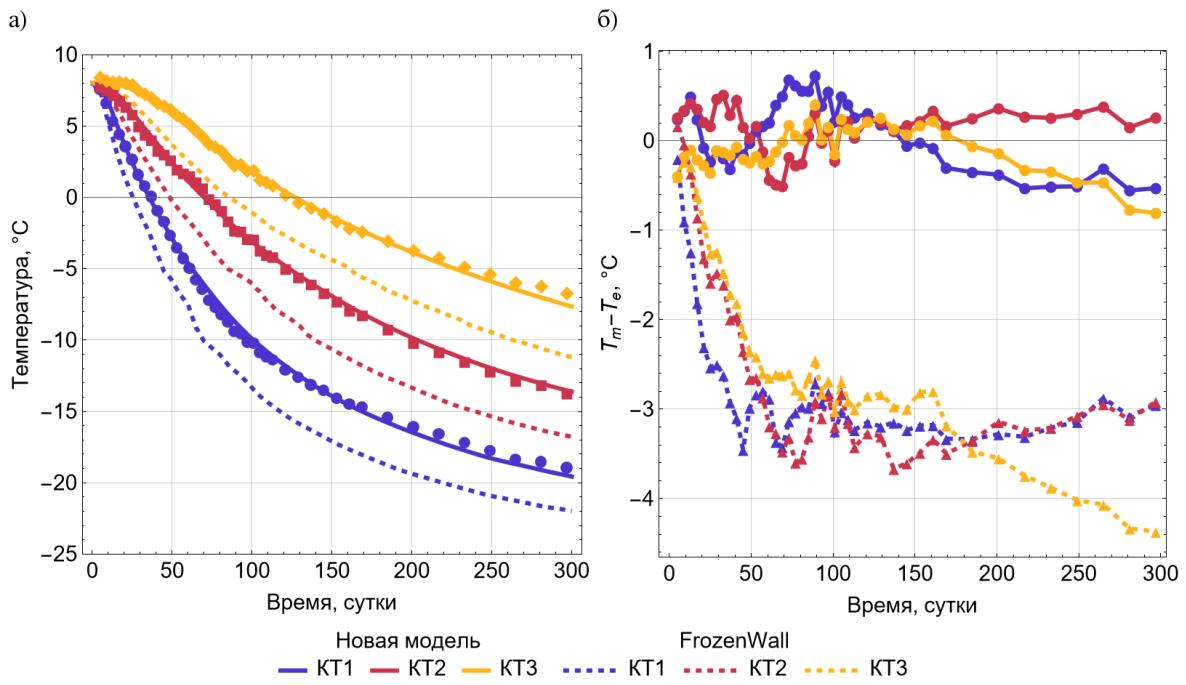


Рисунок 3.16 — Экспериментальные (маркеры) и модельные (кривые) температуры в КТ скважинах (а) и разница между модельными и экспериментальными температурами в КТ скважинах (б) для слоя мергеля Талицкого ГОК

Полученные результаты позволяют заключить, что в сравнении с FrozenWall, новая модель позволяет на более значительный срок добиться приемлемого соответствия модели и эксперимента без необходимости дополнительных калибровок модели по ходу расчета. Таким образом, для мониторинга за состоянием ЛПО в натурных условиях следует модифицировать модель, заложенную во FrozenWall, на предмет учета содержания незамороженной воды в виде модели ван Генухтена-Муалема и явного учета содержания соли.

### 3.3 Анализ влияния содержания соли на формирование ледопородного ограждения для условий шахтного ствола

Для оценки влияния наличия соли в поровой влаге на формирование ЛПО проведено численное моделирование искусственного замораживания пород при различном начальном содержании соли в поровой влаге. Моделируемые типы пород, их теплофизические и прочностные свойства аналогичны породам, исследованных в параграфе 2.1. Условия замораживания были аналогичны условиям скипового ствола Дарасинского рудника (см. параграф 3.2.3). Такой выбор обусловлен тем, что материал для формирования образцов пород в параграфе 2.1 был взят с данного рудника. Зависимости параметров содержания незамороженной воды от концентрации NaCl представлены в таблице 3.4. Следует отметить, что перенос влаги вследствие морозного пучения учитывалось только для слоев глины и мела. В слое песка морозное

пучение не учитывалось, поскольку он не содержал в себе глинистых включений, а следовательно, как отмечалось ранее, такие пески не склонны к пучению.

Таблица 3.4 — Параметры модели ван Генухтена-Муалема для моделирования влияния содержания солей на формирование ЛПО ( $s$  дано в г/л)

Порода	Параметр	Значение
Песок	$T_l$	$-0,09 - 0,067s$
	$m$	$0,36 - 0,0012s$
	$\omega$	$0,0876 + 0,0096s$
Мел	$T_l$	$-0,27 - 0,06s$
	$m$	$0,37 - 0,001s$
	$\omega$	$0,148 + 0,011s$
Глина	$T_l$	$-0,23 - 0,068s$
	$m$	$0,358 - 0,001s$
	$\omega$	$1,012 + 0,0056s$

По результатам моделирования проводился анализ влияния содержания NaCl в поровой влаге на распределение температуры, формирование ЛПО и его прочностные свойства.

### 3.3.1 Влияние содержания соли на распределение температуры и содержание незамороженной воды в породах

На рисунках 3.17–3.18 представлены распределения температур, содержания незамороженной воды, содержания NaCl для песка, мела и глины при различных начальных содержаниях NaCl. Поскольку в случаях глины и мела учитывалось наличие морозного пучения, то для данных пород также представлены распределения влаги. Распределения построены вдоль плоскости, проходящей через центр ствола и между двумя замораживающими колонками (замковая плоскость), для конечного момента времени – 180 суток.

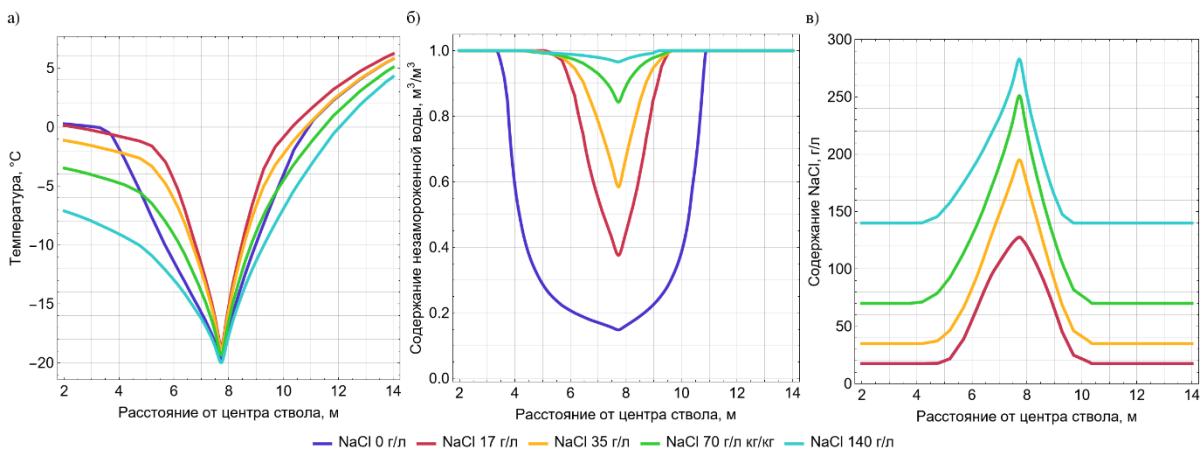


Рисунок 3.17 — Распределение температур (а), содержания незамороженной воды (б) и содержания NaCl (в) вдоль замковой плоскости при различном начальном содержании NaCl. Песок

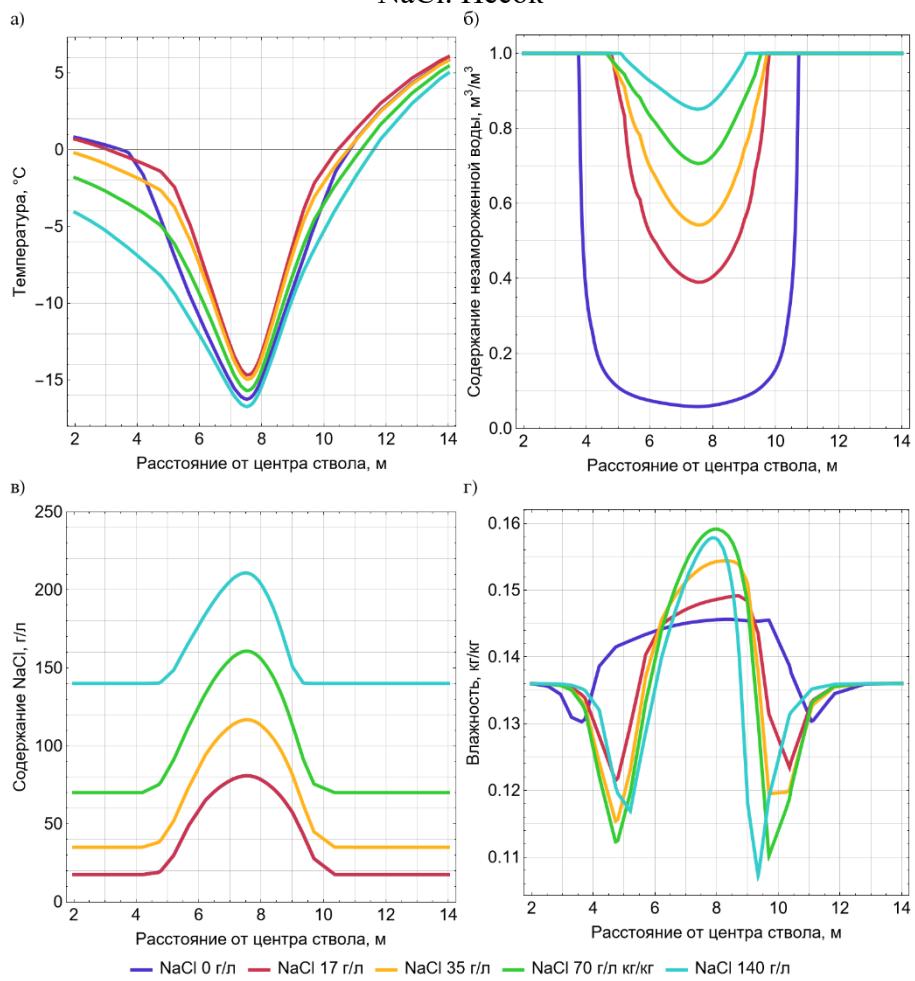


Рисунок 3.18 — Распределение температур (а), содержания незамороженной воды (б), содержания NaCl (в) и влаги (г) вдоль замковой плоскости при различном начальном содержании NaCl. Мел

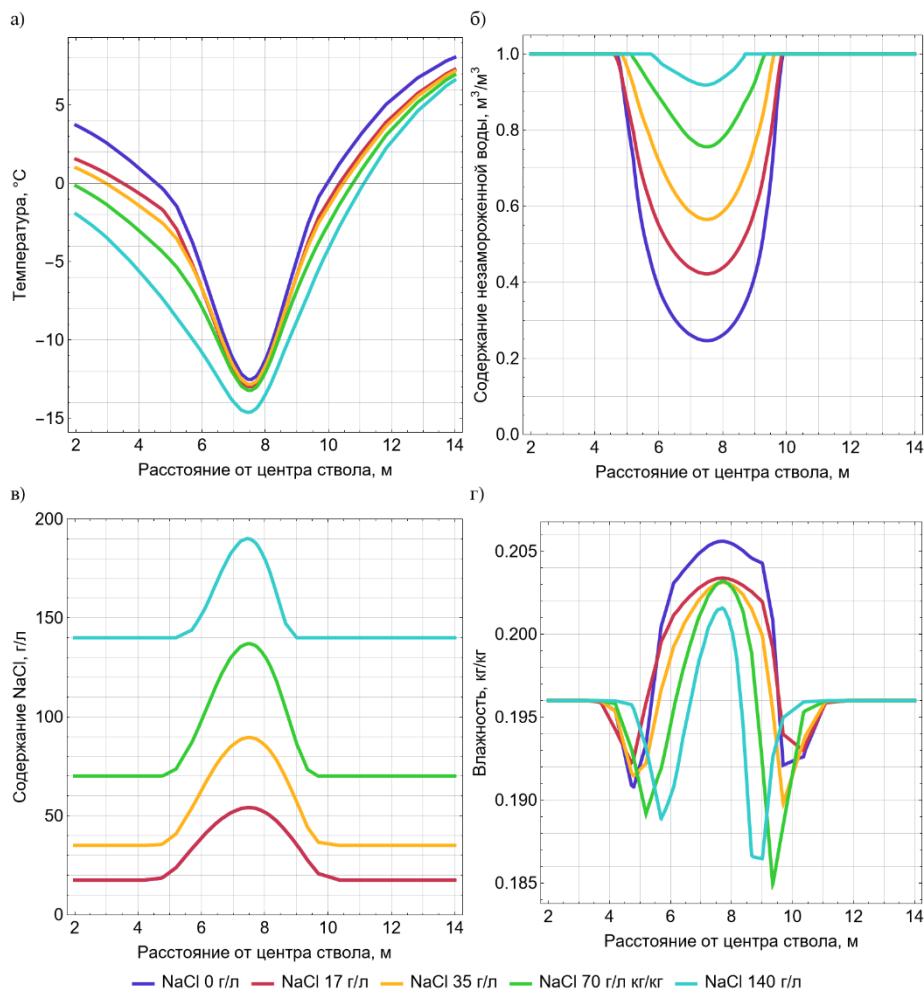


Рисунок 3.19 — Распределение температур (а), содержания незамороженной воды (б), содержания NaCl (в) и влаги (г) вдоль замковой плоскости при различных начальных содержаниях NaCl. Глина

Из полученных результатов можно наблюдать одну и туже закономерность в распределении температур для песка и мела: при внесении относительно малого количества соли в поровую влагу температура породы повышается, но при дальнейшем увеличении начального содержания соли температура начинает снижаться. Этот эффект можно объяснить тем, что эффективная температуропроводность незасоленной породы в большей части диапазона отрицательных температур выше, чем в засоленной породе. Этому можно найти подтверждение на примере мела на рисунке 3.20.

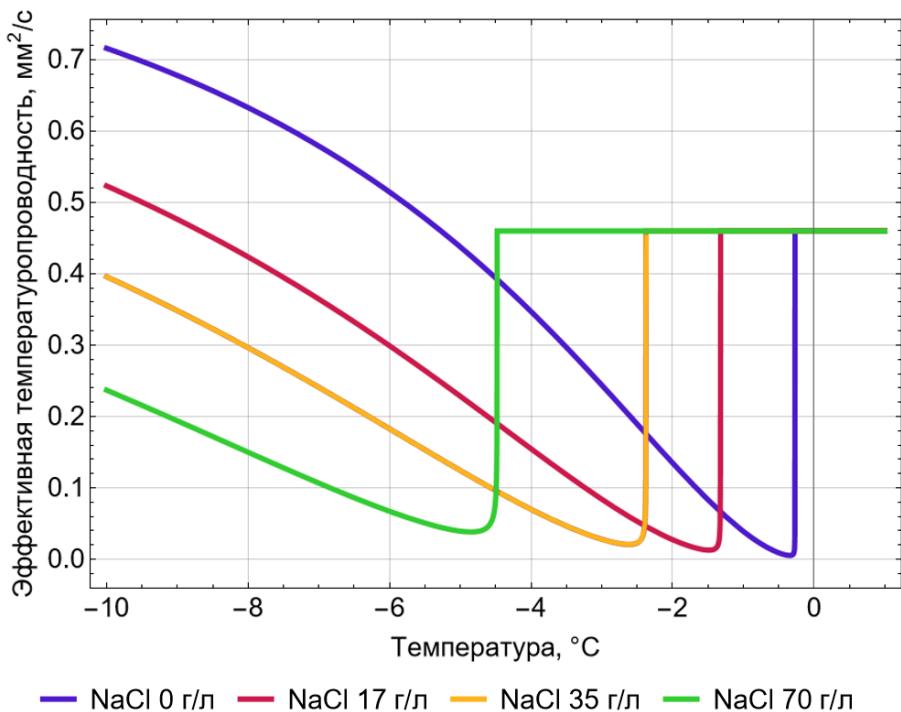


Рисунок 3.20 — Зависимость эффективной температуропроводности мела от начального содержания NaCl

Следовательно, можно было бы сделать вывод, что наличие соли в поровой влаге приводит к снижению интенсивности охлаждения пород. Но это не совсем верно. Из рисунка 3.20 можно видеть, что при увеличении начального содержания NaCl наблюдается диапазон температур, в котором эффективная температуропроводность засоленной породы выше, чем у незасоленной. Это связано в первую очередь со смещением температуры начала замерзания воды. Чем ниже данная температура, тем выше диапазон температур, в котором эффективная температуропроводность засоленной породы выше, чем у незасоленной. Данный эффект дополнительно усиливается повышением содержания соли вблизи фронта фазового перехода. Все это приводит к тому, что при дальнейшем увеличении начального содержания NaCl температура породы начинает снижаться. При достаточно большом содержании NaCl температура засоленной породы может упасть ниже температуры незасоленной породы. Однако это больше характерно для области на удалении от замораживающих колонок. Вблизи колонок в соответствии с рисунком 3.20 данный эффект выражен меньше.

Однако в случае глины во всем исследованном диапазоне начального содержания NaCl наблюдается снижение температуры породы, которая усиливается на удалении от замораживающих скважин. Это объясняется тем, что у глины в зоне температур выше начала замораживания воды разница в эффективной температуропроводности между засоленной и незасоленной породой значительно

выше, чем у песка и мела (см. рисунок 3.21). Следовательно, засоленная глина более интенсивно замораживается на ранних моментах времени, что приводит в итоге к более низким температурам во всей породе по сравнению с незасоленной породой.

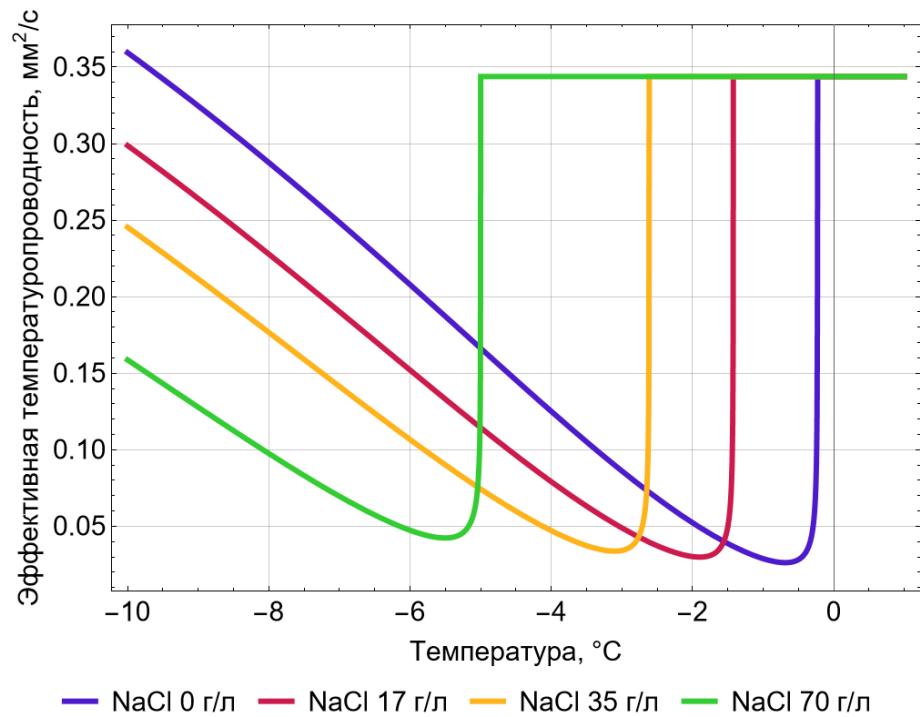


Рисунок 3.21 — Зависимость эффективной температуропроводности глины от начального содержания NaCl

Увеличение начального содержания NaCl в породах также приводит к значительному повышению содержания незамороженной воды. Наличие большего количества незамороженной воды снижает общую интенсивность теплообмена в породах вследствие того, что фазовый переход становится более растянутым во времени и отвести теплоту от пород становится сложнее. Полученные результаты показали, что наибольший рост содержания незамороженной воды с увеличением засоленности пород наблюдается у песка. При этом у мела и глины увеличение засоленности и содержания незамороженной воды с ростом начального содержания NaCl близко. Такая разница между песком и остальными породами объясняется тем, что даже засоленный песок замерзает гораздо быстрее, чем глина и мел. Вследствие этого у песка при замораживании происходит более интенсивный рост засоленности вблизи замораживающих колонок. При этом, несмотря на более быстрое замерзание, у песка сохраняется большое количество незамороженной воды вследствие повышения содержания соли на начальных этапах замораживания.

### 3.3.2 Влияние содержания соли на прочностные свойства ЛПО

На основе полученных распределений температуры были построены зависимости роста толщины ЛПО от начального содержания NaCl (см. рисунки 3.22-3.24). Толщина ЛПО обычно определяется из достижения температуры породы определенной изотермы. В данном случае толщина ЛПО рассчитывалась по изотерме температуры замерзания воды. Выбор данной изотермы обусловлен тем, что она напрямую зависит от содержания соли и позволяет более корректно оценить вариацию толщины ЛПО при изменении содержания соли.

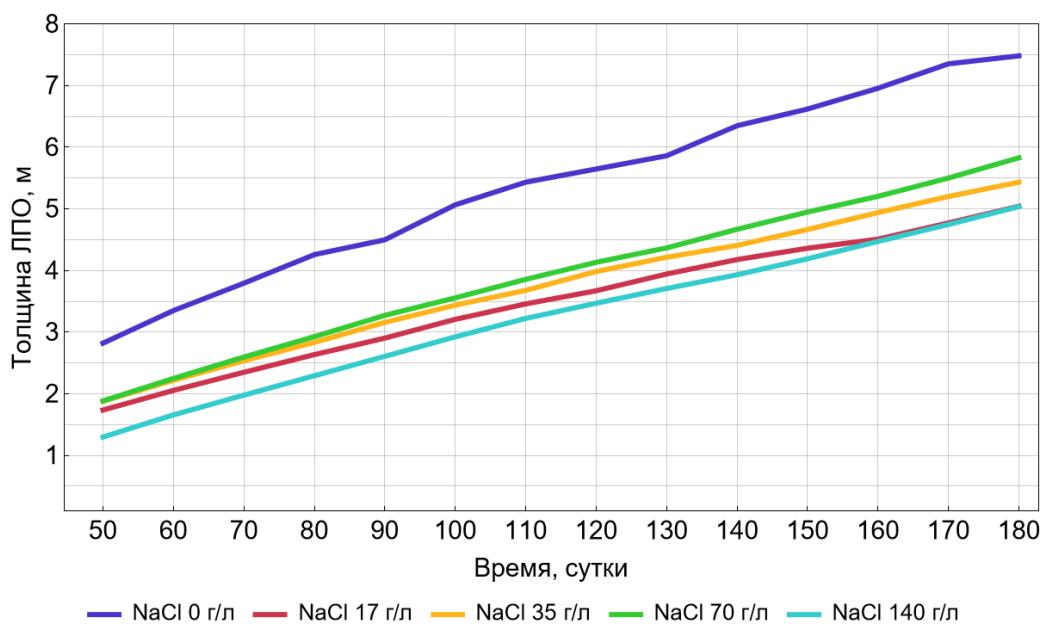


Рисунок 3.22 — Зависимость роста толщины ЛПО от содержания NaCl. Песок

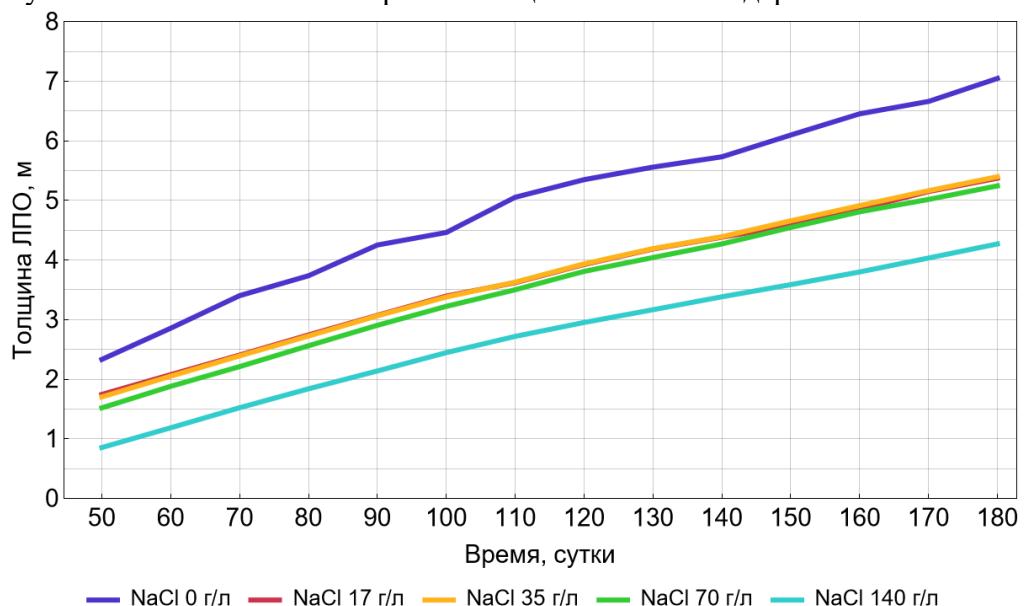


Рисунок 3.23 — Зависимость роста толщины ЛПО от содержания NaCl. Мел

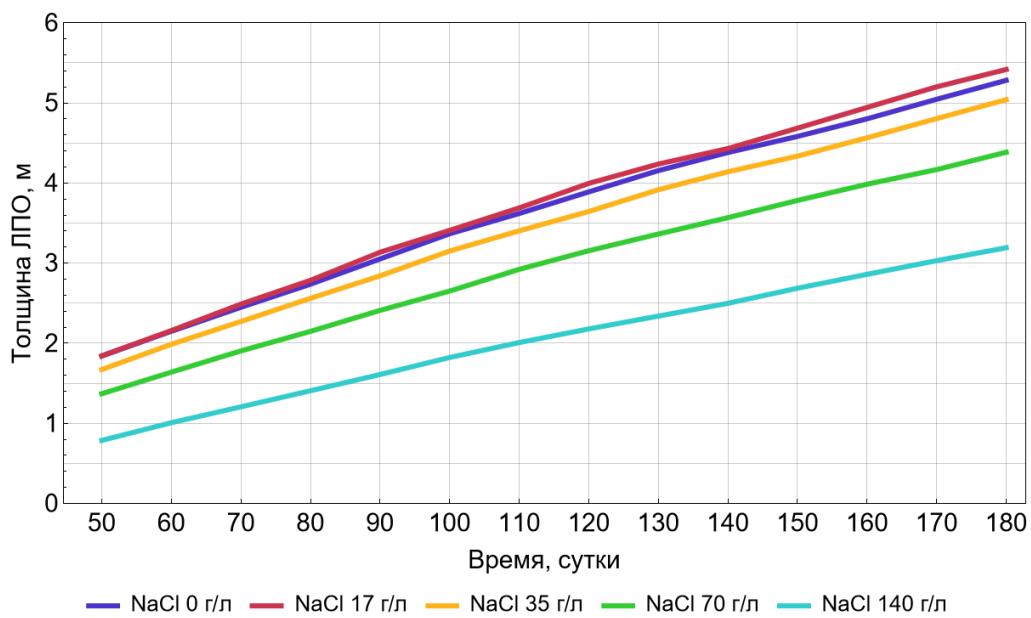


Рисунок 3.24 — Зависимость роста толщины ЛПО от содержания NaCl. Глина

Из полученных результатов можно видеть, что для всех пород характерна особенность: слабая зависимость или даже рост толщины ЛПО с увеличением начального содержания NaCl. Для каждой породы данная особенность проявляется по-разному. В случае песка при увеличении начального содержания соли до 17 г/л наблюдается резкое снижение толщины ЛПО, однако при последующем увеличении начального содержания NaCl до 70 г/л толщина ЛПО повышается. При этом еще большее начальное содержание NaCl приводит к резкому снижению толщины ЛПО даже более низкому, чем при 17 г/л (за исключением временного участка после 160 суток, при котором толщины равны).

В случае мела вначале можно наблюдать похожую картину как у песка: при увеличении содержания NaCl до 17 г/л происходит снижение толщины ЛПО. Однако в отличие от песка дальнейшее увеличение содержания NaCl до 70 г/л практически не влияет на толщину ЛПО. При начальном содержании NaCl выше 70 г/л толщина ЛПО, как и у песка, стремительно снижается.

У глины увеличение начального содержания NaCl до 17 г/л приводит лишь к незначительному росту толщины ЛПО. Однако последующее увеличение начального содержания NaCl приводит лишь к снижению толщины ЛПО, что сильнее всего отличает данную породу от песка и мела.

Более подробную картину изменения толщины ЛПО при различном начальном содержании NaCl можно увидеть на рисунке 3.25. Для данного рисунка толщина ЛПО бралась для момента времени 180 суток. Из данного рисунка можно видеть, что для глины характерен резкий скачок толщины ЛПО около нулевых содержаний NaCl, однако при дальнейшем увеличении засоленности толщина ЛПО снижается по закону

близкому к линейному. У песка можно наблюдать области локального минимума и локального максимума толщины ЛПО, а для мела характерна область в которой толщина ЛПО практически не меняется.

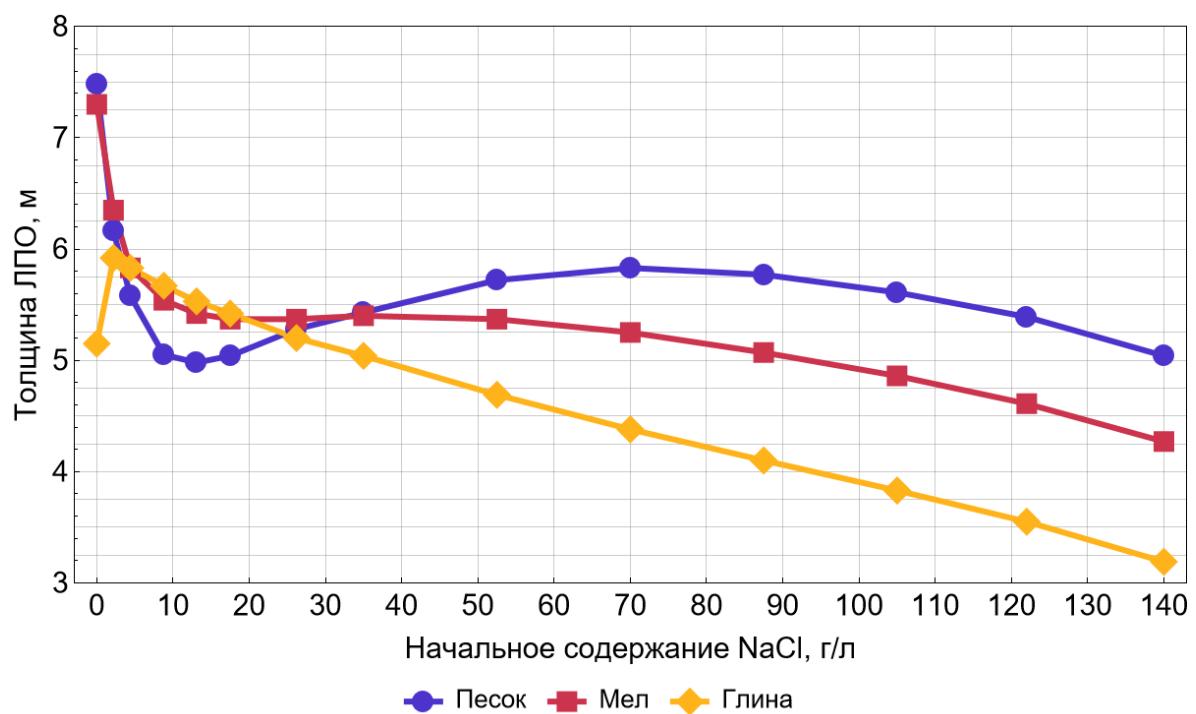


Рисунок 3.25 — Зависимость толщины ЛПО от начального содержания NaCl для момента времени 180 суток

Полученные зависимости толщины ЛПО от начального содержания NaCl можно объяснить двумя разнонаправленными факторами: 1) снижение температуры замерзания воды при увеличении содержания NaCl; 2) снижение температуры породы с увеличением начального содержания NaCl. Первый фактор способствует уменьшению толщины ЛПО за счет того, что смещаются границы ЛПО в сторону меньших температур. Второй фактор, напротив, способствует увеличению толщины ЛПО в силу более низких температур породы. Таким образом, в случае глины первый фактор всегда превалирует во всем диапазоне содержания NaCl за исключением очень малой засоленности. Однако у песка присутствует диапазон начального содержания NaCl (от 17 г/л до 70 г/л) при котором выражен перевес второго фактора, а потому можно наблюдать увеличение толщины ЛПО вследствие более низких температур породы. В случае мела присутствует диапазон содержания NaCl (от 17 г/л до 52 г/л) при котором оба фактора уравновешиваются и содержание соли не влияет на толщину ЛПО. При этом дальнейшее увеличение начального содержания NaCl приводит к значительному превалированию первого фактора и для всех пород можно наблюдать монотонное снижение толщины ЛПО при содержаниях NaCl выше 70 г/л.

Используя рассчитанную толщину ЛПО, проведена оценка зависимости его несущей способности от начального содержания NaCl. Оценка несущей способности проводилась в терминах предельной нагрузки  $P$  на боковую стенку ЛПО [74] с использованием критериальной зависимости вида:

$$\frac{P}{\sigma_c} = f\left(\frac{E}{a}, \frac{b}{a}, \dots\right), \quad (3.17)$$

где  $E$  — толщина ЛПО, м;  $a$  — внутренняя граница ЛПО, м;  $b$  — внешняя граница ЛПО, м. Расчет  $\sigma_c$  в (3.17) осуществлялся по формулам (2.17)-(2.18). Однако вместо  $\sigma_c$  может использоваться структурное сцепление  $c$  [146] или нелинейный модуль деформации  $A_0$  [8] в зависимости от используемого критерия потери несущей способности. Все эти характеристики чаще всего изменяются пропорционально друг другу. Под параметром  $P$  в критериальных зависимостях вида (3.17) обычно понимается суммарное горное и гидростатическое давление, действующее на внешнюю стенку ЛПО. Исходя из известной величины  $P$  рассчитывают толщину  $E$ . Однако если действовать наоборот, и по фактической толщине ЛПО  $E = b - a$  и его границам  $a$  и  $b$  определять величину  $P$ , то в результате получится предельная внешняя нагрузка, которую способно выдержать фактическое ЛПО. Фактические значения параметров могут быть оценены, к примеру, на основании данных непрерывного натурного мониторинга состояния ЛПО [111].

На основе [30, 111] связь между  $P$  и  $\sigma_c$  задается следующим соотношением:

$$P = \frac{\langle \sigma_c \rangle E}{\xi h}, \quad (3.18)$$

где  $\langle \sigma_c \rangle$  — средняя длительная прочность в зоне ЛПО, Па;  $\xi = \sqrt{3}/2$  — коэффициент защемления на торцах ЛПО;  $h = 5$  м — высота заходки.

Расчет средней длительной прочности осуществлялся через интегральную формулу:

$$\langle \sigma_c \rangle = \frac{1}{S_\Omega} \int_{\Omega} \sigma_c(\gamma) d\Omega = \frac{1}{S_\Omega} \int_a^b \int_0^{2\pi} \sigma_c(\gamma) r dr d\varphi, \quad (3.19)$$

где  $\Omega$  — область ЛПО;  $S_\Omega$  — площадь области  $\Omega$  в горизонтальном разрезе породного массива,  $\text{м}^2$ ;  $\gamma$  — содержание незамороженной воды,  $\text{м}^3/\text{м}^3$ ;  $r$  — радиальная координата расчетной области, м;  $\varphi$  — угловая координата расчетной области, рад.

С использованием формул (3.18) и (3.19) получена зависимость предельной несущей способности ЛПО от начального содержания NaCl. Данная зависимость

представлена на рисунке 3.26. Из данного рисунка видно, что с ростом содержания NaCl в поровой влаге предельная несущая способность ЛПО сильно снижается. Наиболее сильное снижение имеет место у песка, наименьшее — у глины. У мела степень снижения близка к песку.

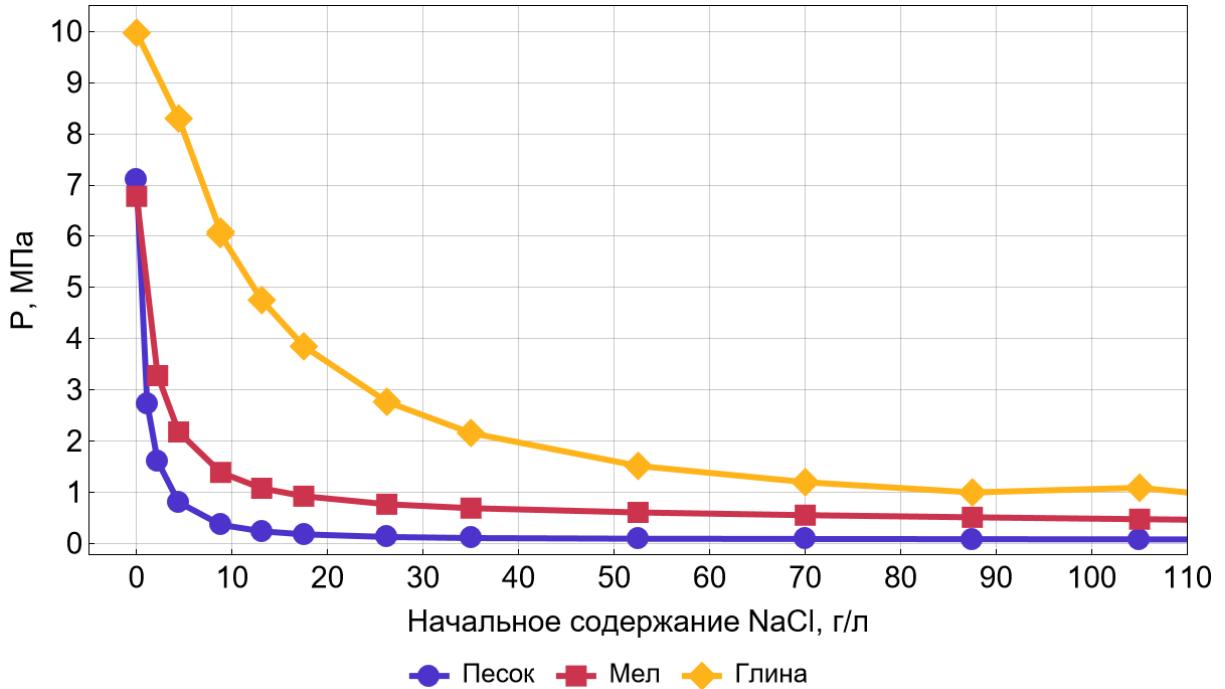


Рисунок 3.26 — Зависимость предельной несущей способности ЛПО от начального содержания NaCl в породах

Несмотря на то, что у всех пород немонотонная зависимость толщины ЛПО от начального содержания NaCl предельная несущая способность у всех пород снижается. Следовательно, можно сделать вывод, что на предельную несущую способность в большей степени оказывает не столько толщина ЛПО, сколько содержание незамороженной воды в зоне промерзания. Для подтверждения этого были рассчитаны процентные разницы толщины ЛПО и среднего содержания незамороженной воды в зоне промерзания между засоленной и незасоленной породами по следующим формулам:

$$\Delta_E = \frac{E - E_0}{E_0} 100\%, \quad (3.20)$$

$$\Delta_\gamma = \frac{\gamma - \gamma_0}{\gamma_0} 100\%, \quad (3.21)$$

где  $\Delta_E$ ,  $\Delta_\gamma$  — процентная разница толщины ЛПО и среднего содержания незамороженной воды в зоне промерзания между засоленной и незасоленной породой, соответственно, %;  $E$ ,  $E_0$  — толщина ЛПО засоленной и незасоленной породы,

соответственно, м;  $\gamma$ ,  $\gamma_0$  — содержание незамороженной воды в засоленной и незасоленной породе, соответственно,  $\text{м}^3/\text{м}^3$ .

На рисунках 3.27–3.29 представлены зависимости величин  $\Delta_E$ ,  $\Delta_\gamma$  от начального содержания NaCl. По данным рисункам можно наблюдать, что для всех пород характерно большее влияние соли на содержание незамороженной воды, чем на толщину ЛПО. Это можно объяснить тем, что температура замерзания воды (по которой определялась толщина ЛПО) зависит линейно от содержания соли, в то время как зависимость содержание незамороженной воды по модели ван Генухтена-Муалема от содержания соли имеет нелинейный характер.

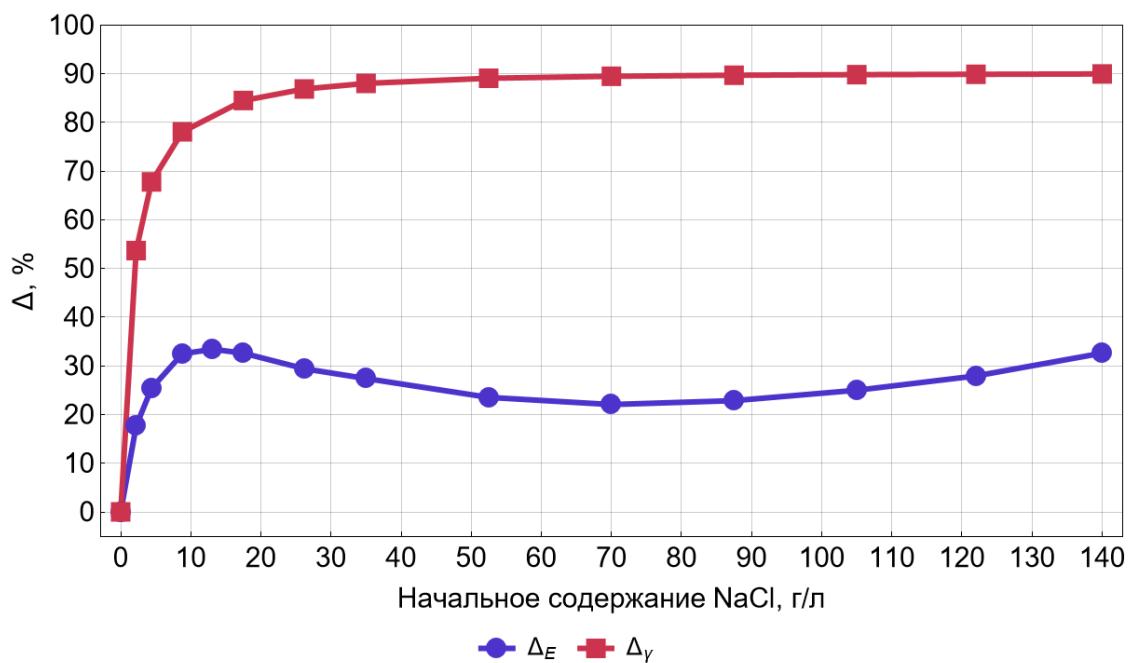


Рисунок 3.27 — Степень влияние начального содержания NaCl на толщину ЛПО и среднее содержание незамороженной воды в зоне промерзания. Песок

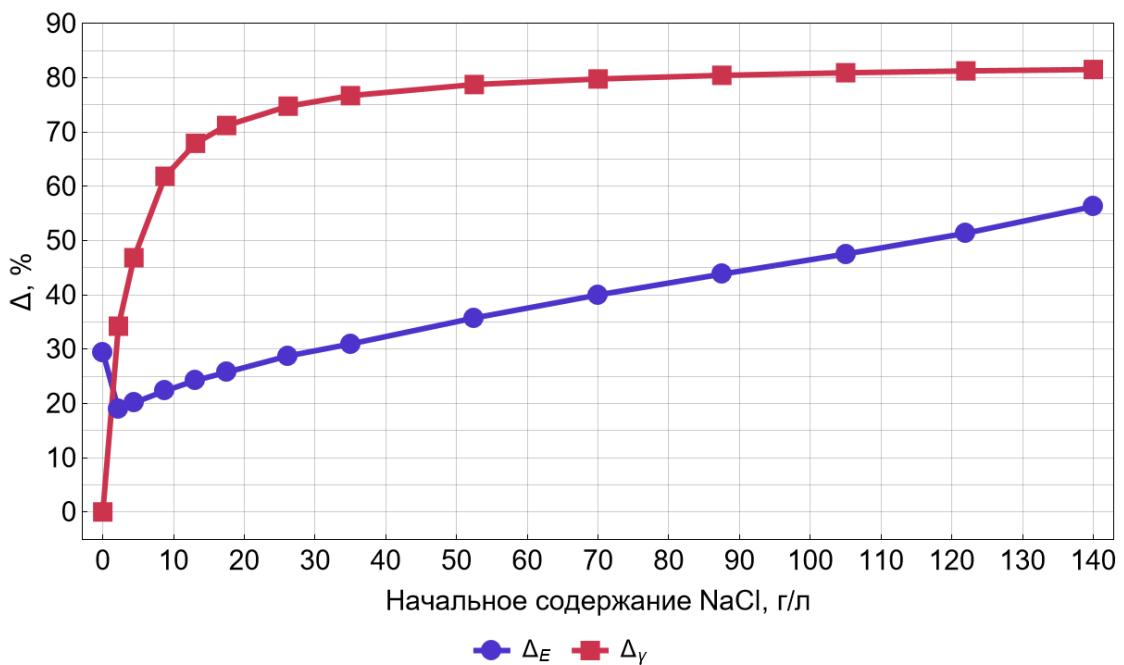


Рисунок 3.28 — Степень влияние начального содержания NaCl на толщину ЛПО и среднее содержание незамороженной воды в зоне промерзания. Мел

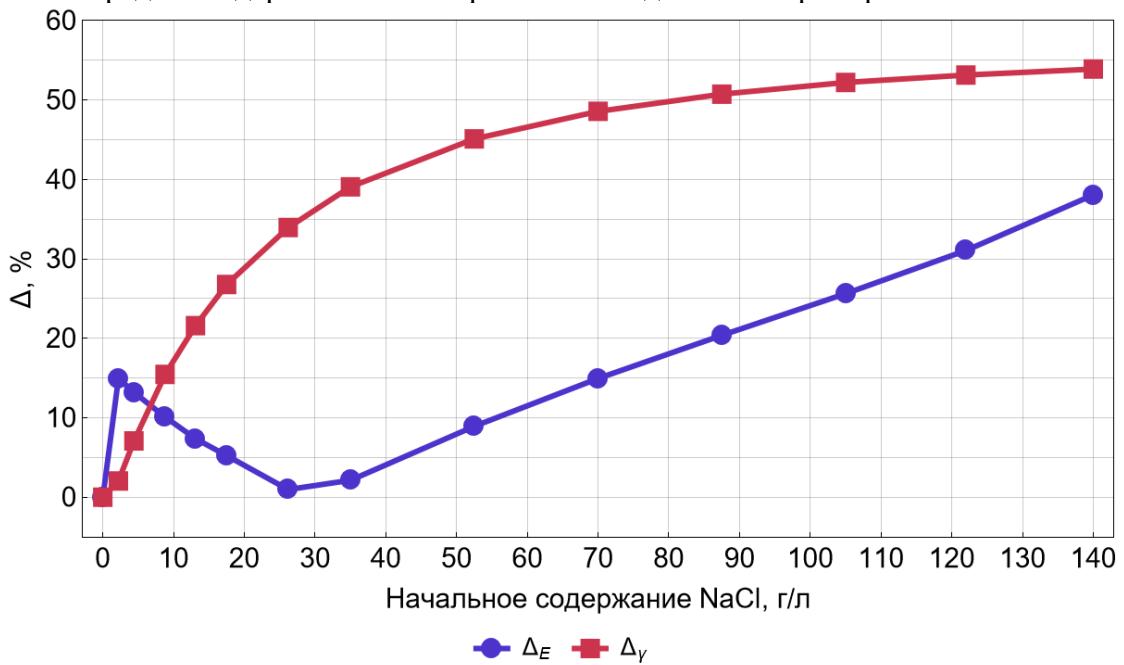


Рисунок 3.29 — Степень влияние начального содержания NaCl на толщину ЛПО и среднее содержание незамороженной воды в зоне промерзания. Глина

Таким образом, более значимым фактором, снижающим предельную несущую способность ЛПО, является уменьшение прочности пород вследствие большего количества незамороженной воды в них. Этот вывод указывает на то, что при проектировании замораживания пород влияние растворенной соли должно учитываться не только в выражении для температуры замерзания воды, используемой при определении границ ЛПО, но и при проведении геомеханических оценок несущей способности ЛПО.

### **3.4 Выводы по главе**

1. Разработана математическая модель замораживания засоленных пород. Модель учитывает перенос тепла за счет теплопроводности и за счет переноса влаги под действием градиента напора и сил морозного пучения. Кроме того, учитывается наличие солей в породе, их перенос и накопление вблизи фронта замораживания. Полученная модель позволяет проводить анализ влияния содержания солей в породах на формирование и свойства ледопородного ограждения.
2. Проведена валидация разработанной математической модели по данным лабораторных замеров и натурных замеров для условий шахтных стволов калийных рудников.
3. В ходе анализа результатов численного моделирования установлено, что повышение содержания соли ( $\text{NaCl}$ ) в песке и меле до 17 г/л приводит к росту температуры пород. Это связано с тем, что наличие даже относительно малого количества  $\text{NaCl}$  в поровой влаге приводит к значительному снижению температуропроводности пород. Однако при начальном содержании  $\text{NaCl}$  выше 17 г/л температура пород начинает снижаться. Данный эффект объясняется значительным смещением температуры замерзания воды при большом содержании соли в породах. В области выше данной температуры повышается температуропроводность пород, что и приводит к более интенсивному теплообмену в них. В глине данная особенность не проявляется, в ней с повышением засоленности поровой влаги температура породы монотонно снижается. Это объясняется тем, что отношение коэффициентов температуропроводности засоленной и незасоленной глины в диапазоне температур выше точки замерзания воды превышает аналогичный показатель для песка и мела.
4. Анализ толщины ледопородного ограждения показал, что в случае глины толщина снижается с увеличением начального содержания  $\text{NaCl}$ . Исключение составляет диапазон засоленности около нуля, в котором толщина повышается. Для песка характерно наличие локального минимума и локального максимума толщины ледопородного ограждения. В случае мела отсутствуют выраженные экстремумы, но есть диапазон содержания  $\text{NaCl}$ , при котором толщина ледопородного ограждения не зависит от соли. Это можно объяснить двумя разнонаправленными процессами: снижением температуры замерзания воды (приводит к уменьшению толщины ледопородного ограждения); снижение

температуры породы (приводит к увеличению толщины ледопородного ограждения). У глины всегда превалирует первый процесс, у песка есть области превалирования обоих процессов, у мела присутствует область равновесия процессов. Однако при содержании NaCl выше 70 г/л для всех пород характерно монотонное снижение толщины ледопородного ограждения.

5. Показано, что предельная несущая способность ледопородного ограждения сильно снижается при появлении растворенной соли в породах. Выделено два фактора, приводящие к уменьшению предельной несущей способности: 1) уменьшение толщины ЛПО и 2) уменьшение прочности ЛПО вследствие роста содержания незамороженной воды в породах, образующих ЛПО. Показано, что второй фактор является более значимым.

## **4 РАЗРАБОТКА ОПЕРАТИВНОГО МЕТОДА РАСЧЕТА ФИЛЬТРАЦИИ ПОРОВОЙ ВЛАГИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ГРАДИЕНТА НАПОРА**

Как было показано ранее моделирование фильтрации поровой влаги обычно описывается уравнением Дарси совместно с уравнением неразрывности. Сопряженное численное решение данных уравнений на каждой временной итерации является довольно трудозатратным в вычислительном плане, а потому решение задачи тепломассопереноса в замораживаемых породах с выраженной фильтрацией поровой влаги существенно усложняется. По опыту автора данной работы учет фильтрации приводит к многократному возрастанию времени вычислений. В этом смысле представляет интерес поиск различных упрощенных аналитических подходов с целью минимизации вычислительных затрат и сохранения приемлемой точности результатов расчетов. Результаты исследований данной главы диссертационной работы опубликованы [5].

### **4.1 Аналитические методы расчета фильтрации поровой влаги**

Оперативный расчет фильтрации влаги основывается на переходе от численного расчета к аналитическим методам. Далее рассмотрено два аналитических метода: коэффициентный метод и метод функций тока. Первый метод строится на предположении, что скорость фильтрации в элементарном объеме зависит лишь от содержания льда в данном объеме. Второй метод выводится на основе построения функций тока из классической теории аналитического расчета обтекания потоком кругового цилиндра [6]. Далее приводится подробное описание каждого из методов.

#### **4.1.1 Коэффициентный метод**

В рамках допущений коэффициентного метода расчет скорости фильтрации влаги до смыкания ЛПО (т.е. до образования сплошной зоны с температурой ниже температуры замерзания воды) можно осуществить путем умножения скорости фильтрации влаги на удалении от зоны промерзания на коэффициент, зависящий от объемного содержания льда:

$$\mathbf{v}(x, y) = \mathbf{v}_\infty(x, y) \beta, \quad (4.1)$$

$$\beta = (1 - \theta_i)^2, \quad (4.2)$$

где  $x, y$  — горизонтальная и вертикальная координаты, м;  $\mathbf{v}_\infty$  — вектор скорости фильтрации подземных вод на удалении от замороженной зоны, м/с;  $\beta$  — коэффициент, снижающий  $\mathbf{v}_\infty$  при приближении к зоне промерзания.

После смыкания ЛПО формула (4.1) корректируется с учетом того, что в области между началом координат и ЛПО скорость подземных вод становится равной нулю, т.к. в этой зоне устанавливается однородное давление:

$$\mathbf{v}(x, y) = \begin{cases} \mathbf{v}_\infty(x, y)\beta, & (x, y) \notin \Omega_s, \\ 0, & (x, y) \in \Omega_s, \end{cases} \quad (4.3)$$

где  $\Omega_s$  — область между началом координат и сплошным ЛПО.

Такой метод с точки зрения вычислительных затрат является очень выгодным, т.к. не требует применения каких-либо численных схем и не содержит в себе требовательных к вычислительным ресурсам функций. Однако метод имеет серьезный недостаток — неудовлетворение уравнению неразрывности. Это приводит к завышенным скоростям вблизи границы зоны промерзания и к невозможности корректного описания обтекания замороженной зоны потоком влаги. Для решения указанных проблем был разработан метод функций тока.

#### 4.1.2 Метод функций тока

При разработке метода функций тока принималось, что вокруг каждой замораживающей колонки формируется замороженная зона в виде кругового цилиндра. Кроме того, принималось, что после смыкания ЛПО зона промерзания также представляет из себя круговой цилиндр. В соответствии с теорией обтекания потоком единичного цилиндра для описания потока используется функция тока в следующем виде:

$$\psi = \psi_0 + \psi_1, \quad (4.4)$$

$$\psi_0 = v(x, y, x_0, y_0) \cdot y, \quad (4.5)$$

$$\psi_1 = -v(x, y, x_0, y_0) \cdot \frac{y - y_0}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \cdot R^2, \quad (4.6)$$

$$v(x, y, x_0, y_0) = \begin{cases} v_\infty, & (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \geq R^2 \\ 0, & (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 < R^2 \end{cases}, \quad (4.7)$$

где  $\psi$  — функция тока,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;  $\psi_0$  — функция тока для потока на удалении от зоны промерзания (функция тока невозмущенного потока),  $\text{м}^2/\text{с}$ ;  $\psi_1$  — функция тока для потока вблизи замороженной зоны, представляет собой дипольное решение,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;  $v$  — магнитуда скорости фильтрации поровой влаги,  $\text{м}/\text{с}$ ;  $v_\infty$  — магнитуда скорости фильтрации поровой влаги на удалении от цилиндра,  $\text{м}/\text{с}$ ;  $x_0$ ,  $y_0$  — горизонтальная и вертикальная координаты центра цилиндра,  $\text{м}$ ;  $R$  — радиус зоны промерзания,  $\text{м}$ .

Стоит отметить, что введение формулы (4.7) необходимо для того, чтобы внутри цилиндра гарантировать нулевую величину скорости фильтрации влаги. Кроме того, введение формулы (4.7) необходимо для исключения внутри цилиндра образования диполя у функции тока, который возникает в силу вида формулы (4.6).

Формулы (4.4)–(4.7) позволяют описывать только горизонтальные течения параллельно оси  $x$  (см. рисунок 4.1а). Для учета случая произвольного горизонтального течения необходимо преобразовать формулы (4.5) и (4.6) следующим образом:

$$\psi_0 = v(x, y, x_0, y_0) \cdot [-x \cdot \sin(\alpha) + y \cdot \cos(\alpha)], \quad (4.8)$$

$$\psi_1 = -v(x, y, x_0, y_0) \cdot \frac{-(x - x_0) \cdot \sin(\alpha) + (y - y_0) \cdot \cos(\alpha)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \cdot R^2, \quad (4.9)$$

где  $\alpha$  — угол между вектором скорости фильтрации подземных вод на удалении от цилиндра и осью  $x$ . Направление угла  $\alpha$  против часовой стрелки в соответствии с используемой системой координат (см. рисунок 4.1б).

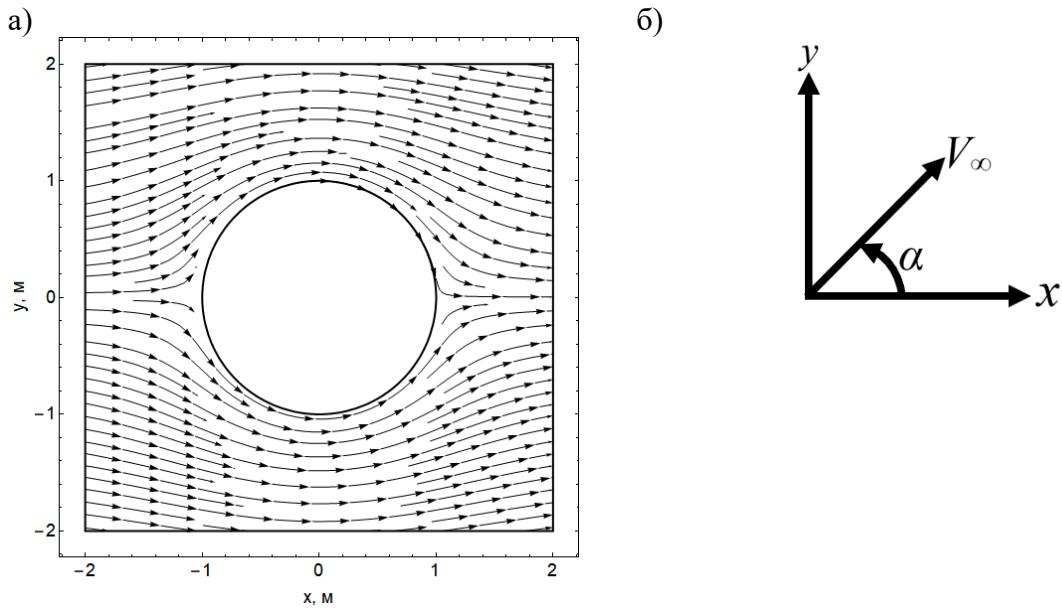


Рисунок 4.1 — Пример обтекания потоком единичного цилиндра при расчете фильтрации поровой влаги методом функций тока (а) и система координат для определения ориентации вектора скорости фильтрации поровой влаги (б)

При обтекании множества цилиндров функция тока записывается через суперпозицию функций тока каждого цилиндра:

$$\psi = \sum_{i=1}^{N_b} (\psi_{i0} + \psi_i), \quad (4.10)$$

$$\psi_{i0} = v(x, y, x_{i0}, y_{i0}) \cdot [-x \cdot \sin(\alpha) + y \cdot \cos(\alpha)], \quad (4.11)$$

$$\psi_i = -v(x, y, x_{i0}, y_{i0}) \cdot \frac{-(x - x_{i0}) \cdot \sin(\alpha) + (y - y_{i0}) \cdot \cos(\alpha)}{(x - x_{i0})^2 + (y - y_{i0})^2} \cdot R_i^2, \quad (4.12)$$

$$v(x, y, x_{i0}, y_{i0}) = \begin{cases} v_\infty, & (x - x_{i0})^2 + (y - y_{i0})^2 \geq R_i^2 \\ 0, & (x - x_{i0})^2 + (y - y_{i0})^2 < R_i^2 \end{cases}, \quad (4.13)$$

где  $i$  — номер цилиндра;  $N_b$  — количество цилиндров;  $x_{i0}$ ,  $y_{i0}$  — координаты  $i$ -го цилиндра, м;  $R_i$  — радиус  $i$ -го цилиндра, м.

Помимо учета обтекания множества цилиндров необходимо также учитывать постепенное снижение скорости фильтрации в области, которую можно назвать «внутренней областью ЛПО» (см. рисунок 4.2). Снижение скорости в данной зоне объясняется постепенным увеличением замороженной зоны контура колонок, уменьшением ширины проточных зон к внутренней области ЛПО и из нее во внешнюю область домена. При полном смыкании ЛПО скорость фильтрации во внутренней его области должна стать равной нулю, аналогично формуле (4.3) для коэффициентного метода.

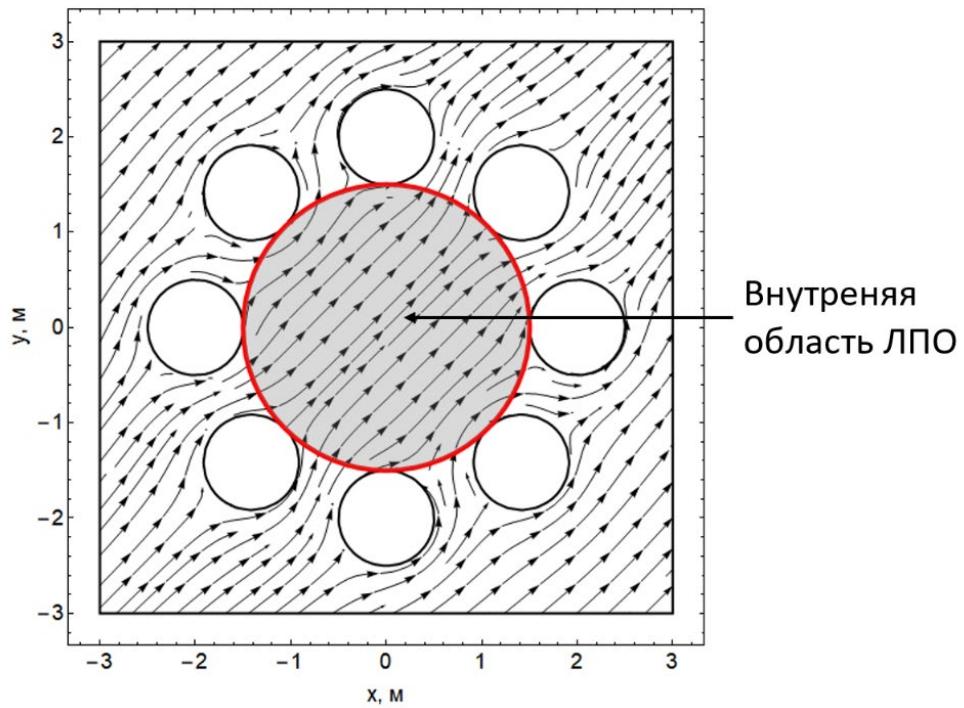


Рисунок 4.2 — Вид внутренней области ЛПО

Для учета снижения скорости во внутренней области ЛПО вводятся поправки к расчету формулы (4.13) с использованием аналитической аппроксимации функции Хевисайда [64] и коэффициента, определяющего степень сомкнутости ЛПО:

$$v(x, y, x_{i0}, y_{i0}) = \begin{cases} v_\infty H_1 + v_\infty (1-c) H_2, & (x - x_{i0})^2 + (y - y_{i0})^2 \geq R_i^2 \\ 0, & (x - x_{i0})^2 + (y - y_{i0})^2 < R_i^2 \end{cases}, \quad (4.14)$$

$$H_1 = \frac{1}{1 + \text{Exp} \left[ -k \left( \sqrt{x^2 + y^2} - R_{\text{ЛПО}} \right) \right]}, \quad (4.15)$$

$$H_2 = \frac{1}{1 + \text{Exp} \left[ k \left( \sqrt{x^2 + y^2} - R_{\text{ЛПО}} \right) \right]}, \quad (4.16)$$

$$c = \begin{cases} \frac{2R_{cp}}{l_{cp}}, & 2R_{cp} < l_{cp}, \\ 1, & 2R_{cp} \geq l_{cp} \end{cases}, \quad (4.17)$$

где  $H_1$ ,  $H_2$  — аппроксимации функции Хевисайда;  $k$  — степень сглаживания функций Хевисайда (настраиваемый параметр, но в ходе калибровки значение данного параметра было принято равным 10);  $R_{\text{ЛПО}}$  — радиус внутренней области ЛПО, м;  $c$  — степень сомкнутости ЛПО ( $c < 1$  — ЛПО не сомкнуто,  $c = 1$  — ЛПО сомкнуто);  $R_{cp}$  — средний радиус цилиндров, м;  $l_{cp}$  — среднее расстояние между центрами цилиндров, м. За счет функций Хевисайда  $H_1$  и  $H_2$  производится сглаживание перехода между скоростью вне внутренней области ЛПО и скоростью во внутренней части ЛПО.

Описанный выше подход аналитического расчета фильтрации используется только до момента смыкания ЛПО. После смыкания ЛПО образуется сплошная замороженная зона и во внутренней части ЛПО скорость фильтрации становится равной нулю. В этом случае уместно произвести переключение с решения задачи об обтекании суперпозиции цилиндров замороженной зоны, образующихся от каждой замораживающей колонки, к решению задачи об обтекании единичного цилиндра, представляющего собой сплошное ЛПО. В этом случае обтекание описывается формулами (4.7)–(4.9). Данный подход позволяет решить сразу несколько проблем: 1) избежать нефизичного обтекания сплошного ЛПО, возникающего из-за плохо работающих формул (4.10)–(4.12) при пересечении границ цилиндров замороженной зоны; 2) облегчить реализацию расчетного алгоритма, т.к. после образования сплошного ЛПО из него проблематично выделить отдельные цилиндры зоны промерзания, образующиеся от каждой замораживающей колонки; 3) сократить требуемые вычислительные ресурсы, т.к. проще считать задачу об обтекании одного цилиндра (этот пункт становится наиболее выраженным при рассмотрении реальных объектов, когда количество замораживающих колонок может доходить до 40).

Поскольку задача фильтрации подземных вод решается в круговой области, а замороженные области принимаются в виде круговых цилиндров, то уравнения (4.11) и (4.12) лучше всего рассматривать не в декартовых, а в полярных координатах:

$$\psi_{i0} = v(x, y, x_{i0}, y_{i0}) \cdot r \cdot \sin(\theta - \alpha), \quad (4.18)$$

$$\psi_i = -v(x, y, x_{i0}, y_{i0}) \cdot \frac{\kappa \cdot \sin(\theta - \alpha) - r_{i0} \cdot \sin(\theta_{i0} - \alpha)}{r^2 - 2 \cdot r \cdot r_{i0} \cdot \cos(\theta - \theta_{i0}) + r_{i0}^2} \cdot R_i^2, \quad (4.19)$$

где  $r$  — радиальная координата полярной системы координат, м;  $\theta$  — угловая координата полярной системы координат, рад;  $r_{i0}$  — радиальная координата центра  $i$ -го цилиндра, м;  $\theta_{i0}$  — угловая координата центра  $i$ -го цилиндра, рад;

В итоге поле скорости вычисляется из аналитического дифференцирования функции тока по цилиндрическим координатам в следующем виде [30]:

$$\mathbf{v} = (v_r, v_\theta), \quad (4.20)$$

$$v_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, \quad (4.21)$$

$$v_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad (4.22)$$

где  $v_r$ ,  $v_\theta$  — цилиндрические компоненты вектора скорости, м/с. Получающиеся аналитические выражения для (4.21) и (4.22) не приводятся в силу их громоздкости.

Метод функций тока позволяет корректно описывать обтекание потоком зоны промерзания в виде кругового цилиндра, поскольку данный подход получен из физических соотношений, удовлетворяющих уравнению неразрывности. Однако необходимо отметить, что добавление условия снижения скорости во внутренней зоне ЛПО при его постепенном смыкании является в целом искусственным и выведено из простых физических умозаключений. В связи с этим корректность такого подхода будет в дальнейшем проверена при сравнении предложенных аналитических методов расчета фильтрации с численным расчетом уравнений Дарси и неразрывности.

По сравнению с численным расчетом реализация метода функций тока позволяет существенно увеличить скорость расчетов. Хотя реализация метода функций тока и будет работать медленней коэффициентного метода, но при должной оптимизации расчетного алгоритма потери в скорости будут незначительными. Тем не менее, описанный аналитический подход будет хорошо работать только при относительно небольших скоростях фильтрации подземных вод, т.к. в этом случае предположение о цилиндрической форме замороженной зоны можно считать в целом справедливым. При повышенных скоростях фильтрации подземных вод форма ЛПО в определенный момент начнет терять свой цилиндрический вид и приобретать более сложную геометрию. В этом случае необходимо либо модифицировать метод функций

тока под новую геометрию, либо комбинировать его с численным расчетом уравнения Дарси.

#### **4.2 Постановка задачи замораживания пород для валидации аналитических методов расчета фильтрации поровой влаги**

Рассматривается задача о замораживании слоя породы с помощью кругового контура замораживающих колонок по рассольной схеме. Геометрия расчетной области представляет собой двумерную круговую область радиусом 40 м. Замораживающие колонки также представлены в виде круговых областей. Контур замораживающих колонок имеет радиус 5 м и содержит 8 замораживающих колонок радиусом 0,25 м, расположенных вокруг начала координат (см. рисунок 4.3). Для корректного задания граничного условия начало координат представляет собой круговую область радиусом 0,3 м.

В качестве учитываемых физических процессов принимаются такие, которые оказывают наибольшее влияние на распределение температуры и формирование ЛПО:

- 1) конвективный теплоперенос за счет фильтрации поровой влаги под действием градиента напора;
- 2) кондуктивный теплоперенос;
- 3) фазовый переход при замерзании поровой влаги;
- 4) теплоотдача между породой и замораживающими колонками.

При формулировании математической модели принимались следующие предположения:

- 1) порода полностью насыщена влагой;
- 2) теплофизические свойства в зонах охлаждения и промерзания изотропные и однородные;
- 3) начальное распределение температуры однородно;
- 4) тепло- и массоперенос в вертикальном направлении незначителен, т.к. рассматривается только один слой породы и не рассматривается его взаимодействие с другими породными слоями;
- 5) поровая влага и лед несжимаемы;
- 6) скорость фильтрации поровой влаги на удалении от ЛПО однородно и постоянно во времени;
- 7) жидккая и твердая фазы поровой влаги находятся в тепловом равновесии.

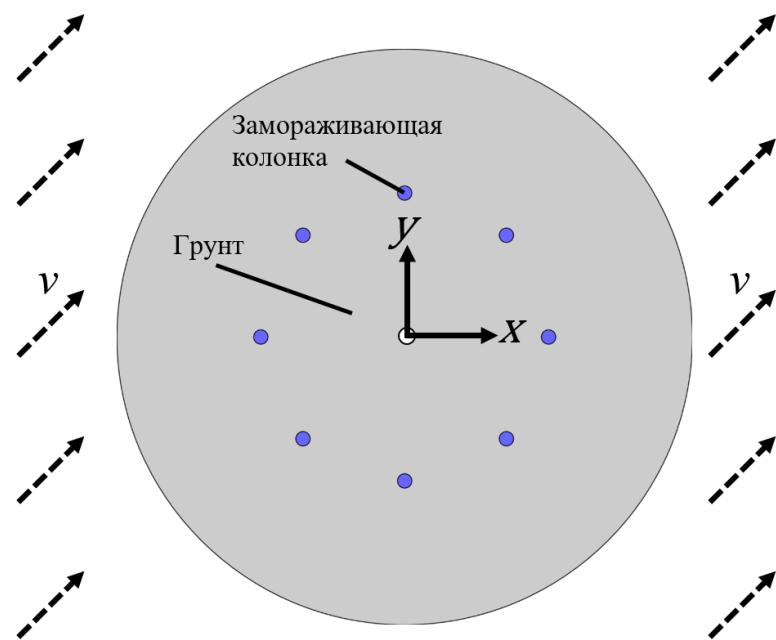


Рисунок 4.3 — Схематичное представление расчетной области для валидации упрощенных методов фильтрации влаги ( $v$  — направление скорости фильтрации поровой влаги)

В рамках принимаемых предположений формулируется задача о распределении температуры в породном массиве в виде уравнения конвекции-диффузии в энталпийной постановке. Решение данной задачи ранее было реализовано в программе FrozenWall.

Основой для численного расчета фильтрации поровой влаги во FrozenWall является уравнение Дарси:

$$\mathbf{v} = -\frac{k_r k}{\mu} \nabla p, \quad (4.23)$$

где  $k_r$  — относительная проницаемость жидкости;  $k$  — абсолютная проницаемость пористой среды,  $\text{м}^2$ ;  $\mu$  — динамическая вязкость поровой влаги,  $\text{Па}\cdot\text{с}$ ;  $p$  — гидростатическое давление жидкости,  $\text{Па}$ .

Относительная проницаемость жидкости зависит от объемного содержания льда по следующему уравнению:

$$k_r = \varepsilon + (1-\varepsilon)(1-\theta_i)^3, \quad (4.24)$$

где  $\varepsilon = 10^{-6}$  — малая величина, необходимая для обеспечения устойчивости численного расчета.

Исходя из уравнения (4.23) для расчета скорости фильтрации влаги необходимо знать поле давления, которое можно найти из уравнения неразрывности с учетом несжимаемости влаги:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = -\nabla \cdot \left( \frac{k_r k}{\mu} \nabla p \right) = 0. \quad (4.25)$$

Т.о. расчет фильтрации сводится к решению стационарной задачи (4.23)–(4.25) для заданного временного промежутка. В связи с этим, однородностью абсолютной проницаемости  $k$  и динамической вязкости жидкости  $\mu$  в задаче (4.23)–(4.25) можно перейти от давления к потенциальной функции вида:

$$\varphi = -\frac{k}{\mu} p, \quad (4.26)$$

где  $\varphi$  — потенциальная функция,  $\text{m}^2/\text{s}$ .

В этом случае уравнения (4.23) и (4.24) можно переформулировать следующим образом:

$$\mathbf{v} = k_r \nabla \varphi, \quad (4.27)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = -\nabla \cdot (k_r \nabla \varphi) = 0. \quad (4.28)$$

Уравнения (4.27), (4.28) дополняются граничным условием вида:

$$v|_{\Omega_{out}} = v_\infty. \quad (4.29)$$

Как отмечалось выше, расчет фильтрации из уравнений Дарси и неразрывности является наиболее точным и физически корректным в рамках принятых допущений о протекании процесса фильтрации, поскольку позволяет учитывать любой вид замороженной зоны. Однако из-за того, что расчет дифференциальных уравнений производится численно, данный подход к расчету фильтрации является наиболее затратным с точки зрения вычислительных ресурсов.

### 4.3 Моделирование фильтрации поровой влаги различными методами

Для сравнения методов расчета фильтрации поровой влаги был рассмотрен модельный случай замораживания слоя песчаника с теплофизическими свойствами, указанными в таблице 4.1. Следует отметить, что рассмотренный случай не привязан к какому-либо реальному объекту и сформулирован с точки зрения наглядности и удобства сравнения методов расчета фильтрации поровой влаги.

Замораживание пород осуществлялось 8 замораживающими колонками, расположенными вдоль кругового контура с центров в начала координат. Радиус контура замораживания составлял 5 м. В таблице 4.2 указаны параметры замораживающих колонок. Следует отметить, что далее граница ЛПО определялась по изотерме температуры полной кристаллизации воды.

Таблица 4.1 — Термофизические свойства песчаника для моделирования фильтрации поровой влаги

Параметр	Значение
Плотность, кг/м <sup>3</sup>	2110
Теплопроводность незамороженной зоны, Вт/(м·°C)	2,47
Теплопроводность замороженной зоны, Вт/(м·°C)	3,35
Удельная теплоемкость незамороженной зоны, Вт/(м·°C)	1094
Удельная теплоемкость замороженной зоны, Вт/(м·°C)	870
Содержание воды нетронутой породы, кг/кг	0,117
Температура начала замерзания воды, °C	-0,08
Температура полной кристаллизации воды, °C	-0,5
Удельная теплота кристаллизации подземных вод, Дж/кг	330 000
Температура нетронутой породы, °C	9,5

Таблица 4.2 — Параметры замораживающих колонок для моделирования фильтрации поровой влаги

Параметр	Значение
Диаметр колонки, м	0,5
Суммарная высота замораживающей колонки, м	186
Плотность хладоносителя, кг/м <sup>3</sup>	1280
Теплоемкость хладоносителя, Дж/(кг·°C)	2659
Теплопроводность хладоносителя, Вт/(м·°C)	0,49
Вязкость хладоносителя, Па·с	$212,8 \cdot 10^{-4}$
Температура хладоносителя, °C	-32
Расход, м <sup>3</sup> /ч	300

Моделирование проводилось для двух характерных времен — до смыкания ЛПО (25 суток) и после смыкания ЛПО (75 суток). На рисунке 4.4 представлены результаты моделирования распределения температуры и скорости фильтрации при расчете фильтрации из уравнения Дарси. Магнитуда скорости фильтрации составляла 0,1 м/сут. Угол между направлением вектора скорости фильтрации с горизонтом составлял 45°.

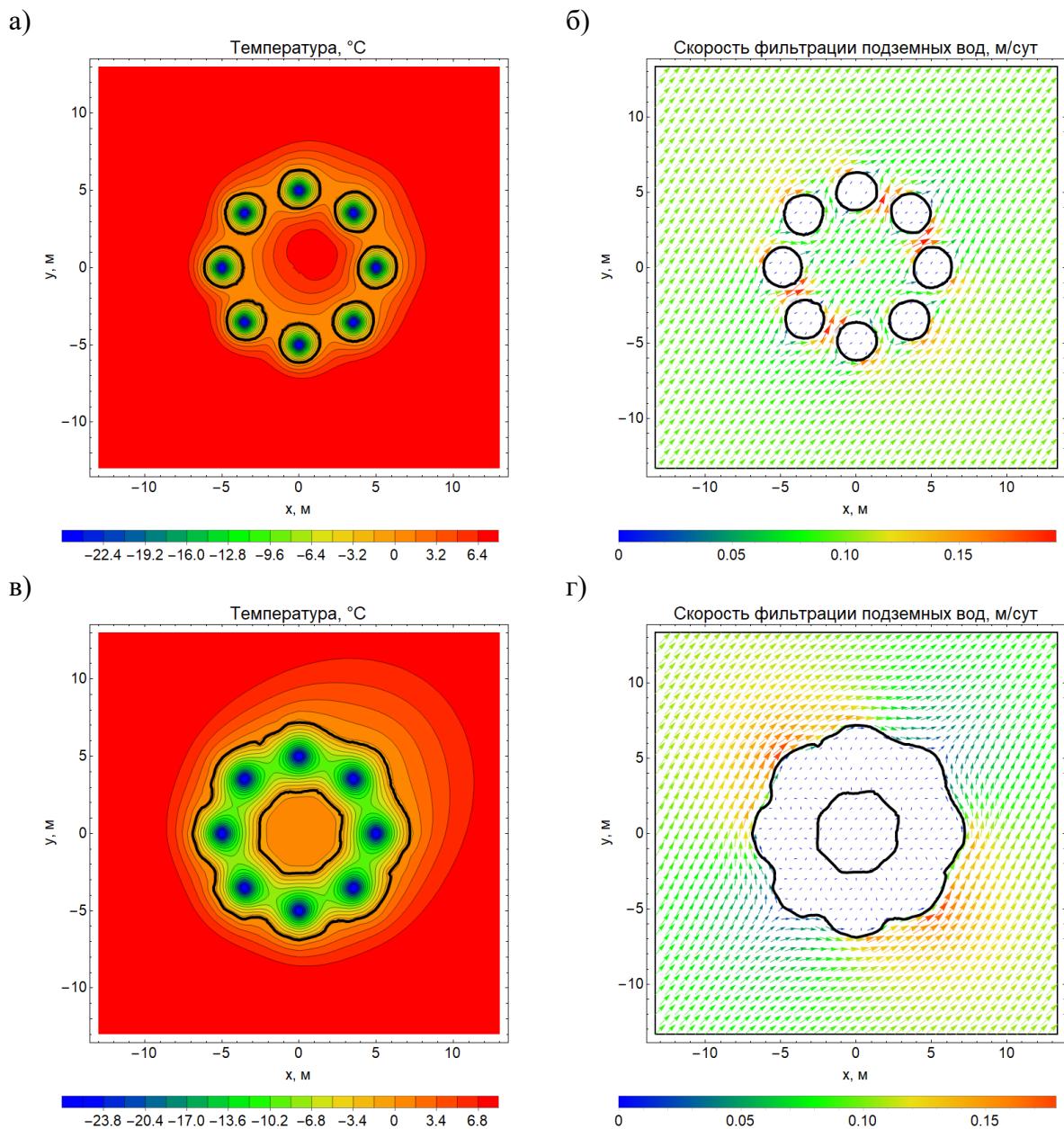


Рисунок 4.4 — Поля температур и векторные поля скорости фильтрации подземных вод при численном расчете фильтрации и скорости фильтрации 0,1 м/с до смыкания ЛПО (а, б) и после смыкания ЛПО (в, г) (черная линия — положение границы ЛПО). Скорость фильтрации влаги 0,1 м/сут

Из векторных полей скорости на рисунке 4.4б и рисунке 4.4г видно, что при численном расчете фильтрации удается смоделировать ситуацию обтекания влагой зоны промерзания, а внутри зоны скорость становится равной нулю. Рассматривая поля температур на рисунке 4.4а и рисунке 4.4в можно видеть вытягивание некоторых изолиний вдоль направления фильтрации подземных вод. Это приводит к отклонению изолиний от круговой к эллипсоидальной форме. Далее полученные на рисунке 4.4 результаты принимаются за «эталонные» для проведения дальнейшей валидации и сравнения аналитических методов расчета фильтрации.

На рисунке 4.5 представлены полученные поля скоростей фильтрации для коэффициентного метода (КМ) и метода функций тока (МФТ). На данном рисунке можно заметить значительные различия в получаемых полях скоростей при расчете по КМ и МФТ. Как говорилось ранее, из-за концепции КМ нет возможности явно учесть обтекание зоны промерзания. Это приводит к тому, что вблизи поверхности зоны промерзания не происходит перестройки направления потока и не обнуляется компонента скорости, направленная по нормали к границе зоны, как это происходит при численном расчете и МФТ. В совокупности это приводит к более высоким скоростям фильтрации вблизи зоны промерзания при КМ, значительному смещению и искажению формы замороженной зоны по сравнению с численным расчетом и МФТ.

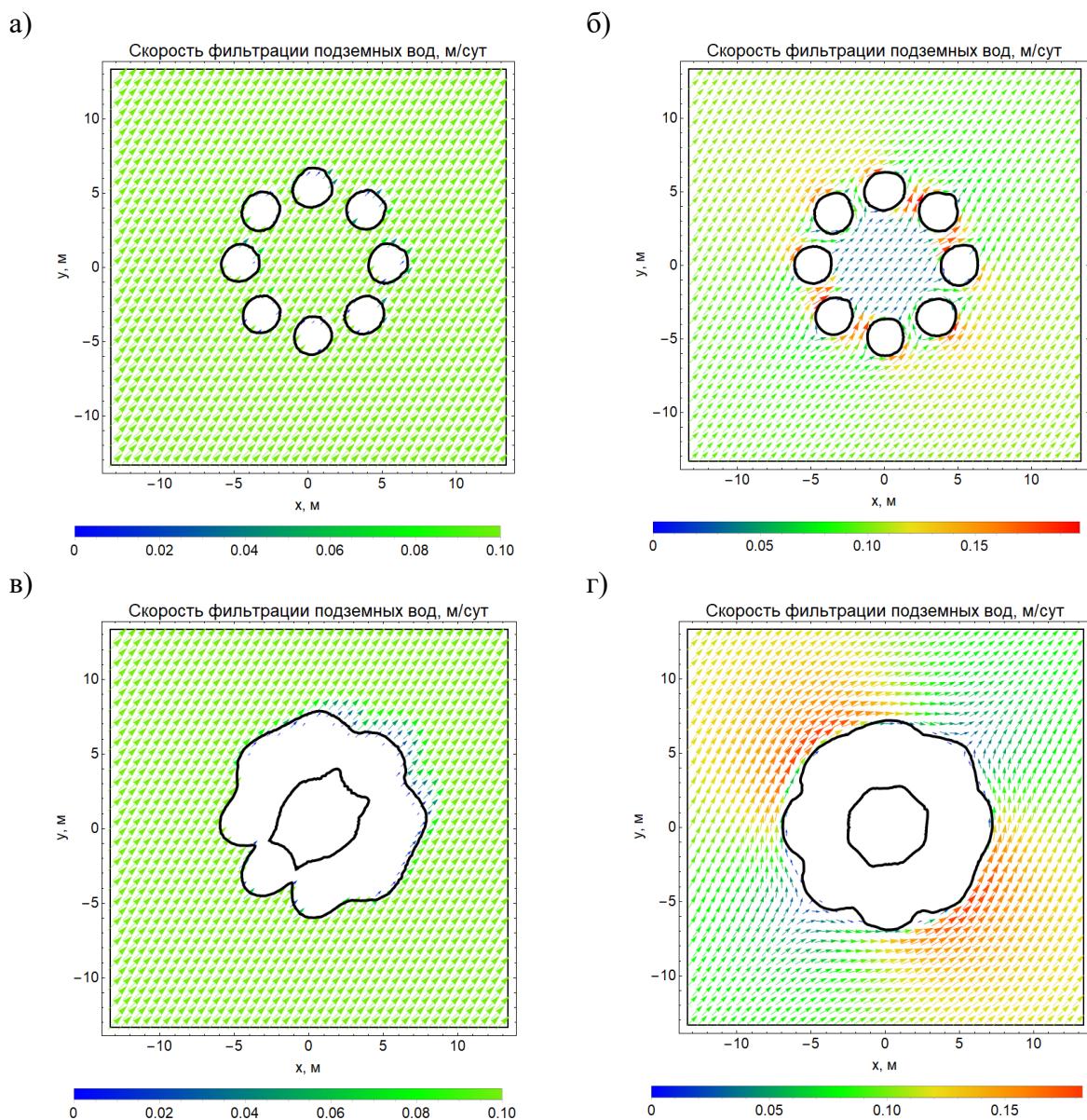


Рисунок 4.5 — Векторное поле скорости фильтрации подземных вод при расчете КМ (а, в) и МФТ (б, г) до смыкания ЛПО (а, б) и после смыкания ЛПО (в, г) (черная линия — положение границы ЛПО). Скорость фильтрации влаги 0,1 м/сут

Сравнивая поля скоростей при МФТ (рисунок 4.5в, г) и численном методе расчета фильтрации (рисунок 4.4в, г) можно отметить хорошее совпадение получаемых результатов. Наблюдаются небольшие различия вблизи зоны промерзания после смыкания ЛПО, т.к. при МФТ граница ЛПО представляет собой окружность, что не совсем корректно, если смотреть на вид границы ЛПО на рисунках 4.4 и 4.5.

Для более показательного отражения различий между подходами к расчету фильтрации отслеживалось положение двух изотерм:  $-0,5^{\circ}\text{C}$  и  $+5^{\circ}\text{C}$ . Первая изотерма — температура границы ЛПО (температура полной кристаллизации воды), вторая — температура на удалении от границы ЛПО. Выбор изотермы на удалении от границы ЛПО произвольный, главное, чтобы она отражала основную особенность при наличии фильтрации влаги — вытянутость поля температур вдоль направления фильтрации. На рисунке 4.6 представлены положения двух отмеченных изотерм.

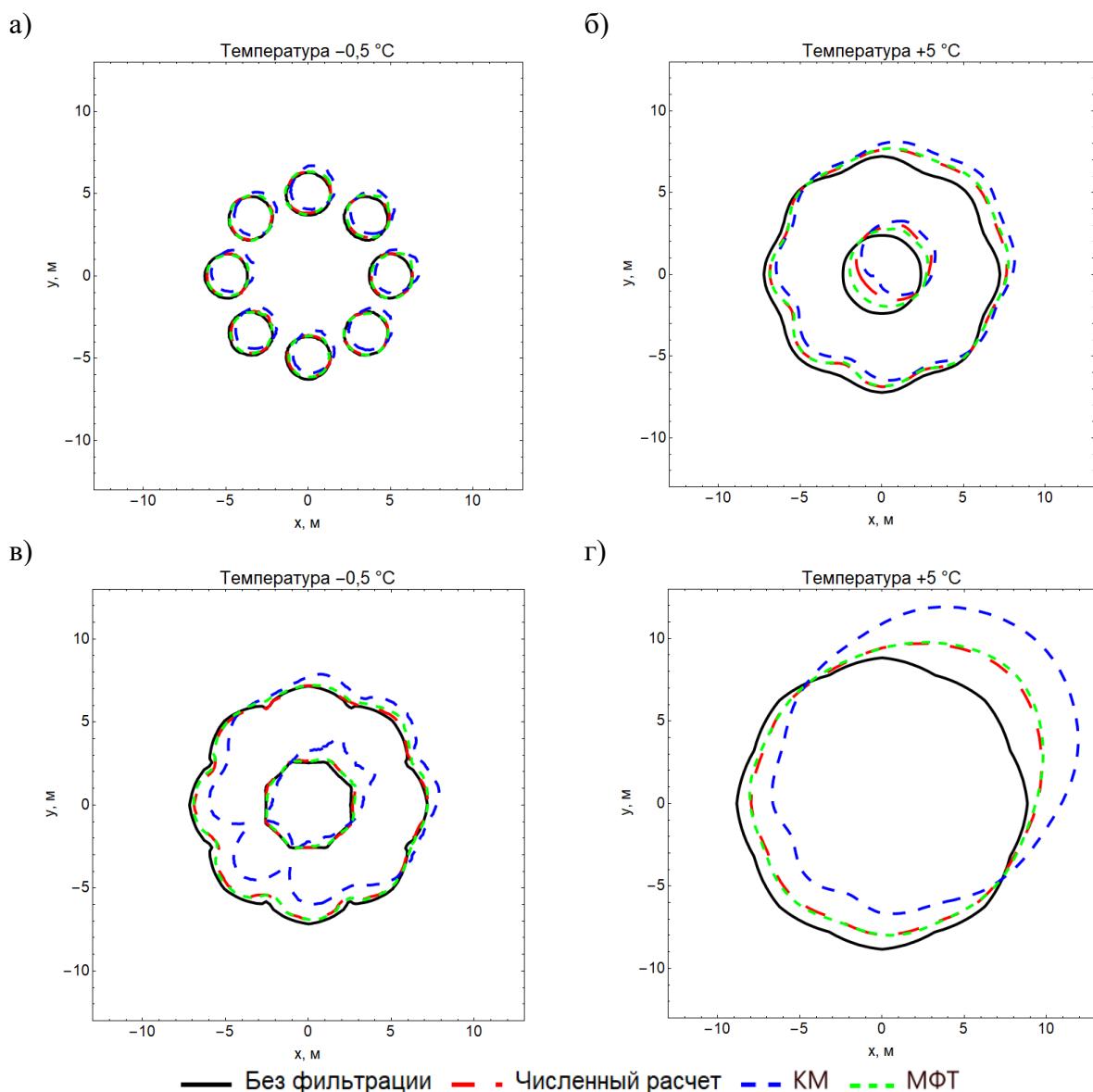


Рисунок 4.6 — Изотерма  $-0,5^{\circ}\text{C}$  (а, в) и  $+5^{\circ}\text{C}$  (б, г) до смыкания ЛПО (а, б) и после смыкания ЛПО (в, г). Скорость фильтрации влаги 0,1 м/сут

Из рисунка 4.6 можно видеть, что изотермы при расчете фильтрации по КМ до смыкания ЛПО незначительно отличаются от изотерм, полученных в ходе расчета фильтрации численным методом. Однако со временем разница между двумя подходами становится все сильней и после смыкания ЛПО изотермы двух подходов уже значительно отличаются. Это особенно заметно при анализе изотерм  $+5^{\circ}\text{C}$  на рисунке 4.6г. Т.о. можно говорить о том, что КМ имеет серьезные недостатки и в целом плохо применим для расчета фильтрации поровой влаги при высоких скоростях. Применимость КМ ограничивается небольшими скоростями и временными промежутками, либо использованием как начального приближения для численного расчета.

При сравнении численного расчета и МФТ наблюдается хорошее соответствие между двумя подходами как до смыкания, так и после смыкания ЛПО. Следовательно, погрешность МФТ из-за аппроксимации границы ЛПО в виде окружности оказывается незначительной и данный подход может быть применен при расчете фильтрационного течения поровой влаги при данных условиях. Однако, если замораживание будет продолжаться дальше, то изотерма  $-0,5^{\circ}\text{C}$  может принять вид изотермы  $+5^{\circ}\text{C}$  (рисунок 4.6г). В этом случае предположение о круглом виде границы ЛПО может дать сильную погрешность. Но если граница ЛПО не сильно отличается от окружности, то МФТ можно с незначительной погрешностью применять для расчета фильтрации вместо численного расчета уравнения Дарси и уравнения неразрывности.

Помимо рассмотренной скорости фильтрации  $0,1\text{ м/сут}$  была также рассмотрена скорость  $0,2\text{ м/сут}$ , при которой происходит значительное «размытие» поля температур. Временные промежутки рассматривались аналогичные. На рисунке 4.7 изотермы  $-0,5^{\circ}\text{C}$  и  $+5^{\circ}\text{C}$ , полученные при расчете фильтрации численным методом и МФТ. КМ не рассматривался для данного случая, т.к. при увеличенной скорости фильтрации лишь сильнее проявляются недостатки данного подхода и сравнивать его с другими методами не имеет смысла.

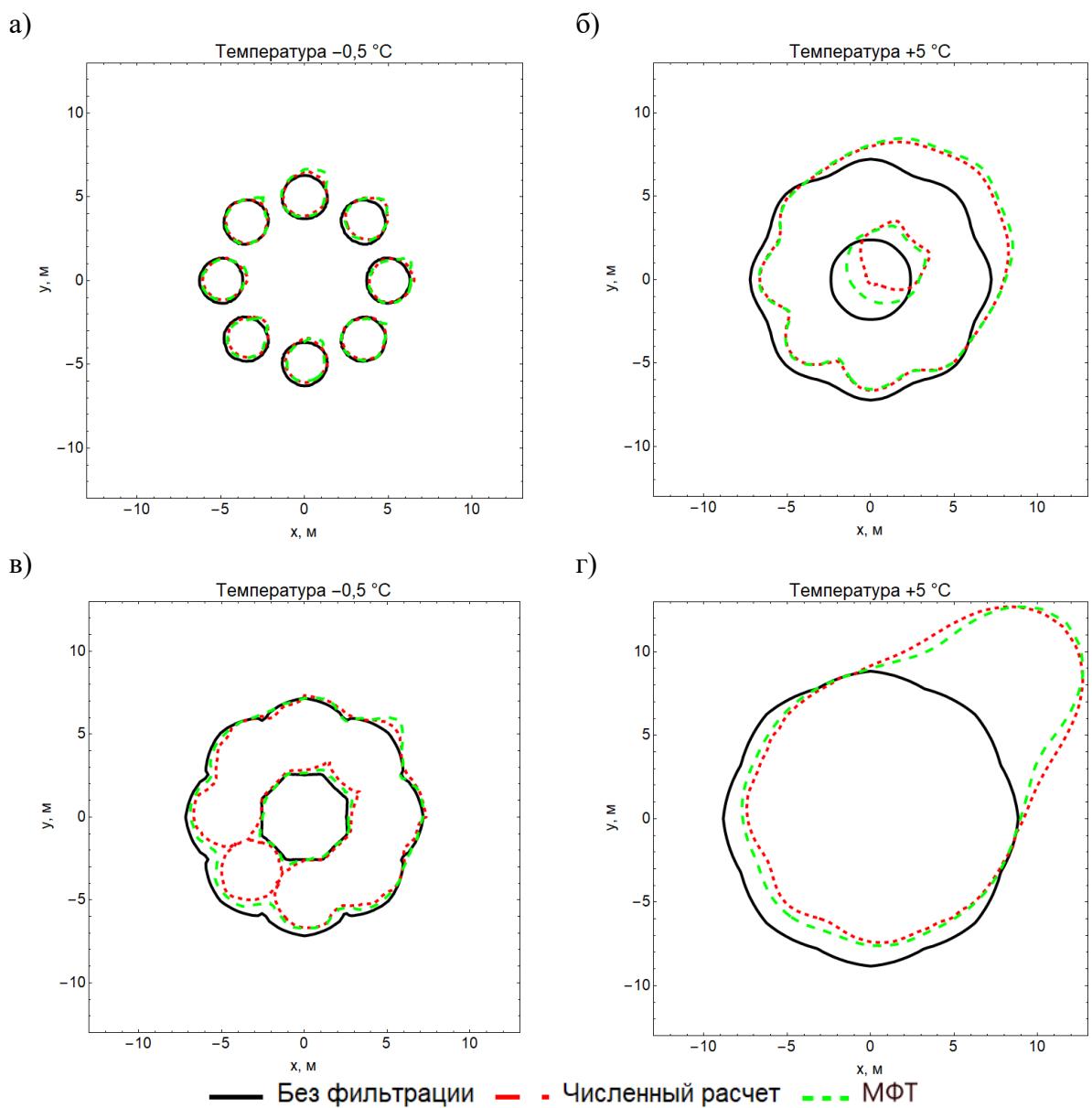


Рисунок 4.7 — Изотерма  $-0,5^{\circ}\text{C}$  (а, в) и  $+5^{\circ}\text{C}$  (б, г) до смыкания ЛПО (а, б) и после смыкания ЛПО (в, г). Скорость фильтрации влаги  $0,2\text{ м/сут}$

По рисунку 4.7 можно заметить, что при увеличившейся скорости фильтрации увеличилась и разница между численным подходом и МФТ для изотермы  $+5^{\circ}\text{C}$ . Притом до смыкания ЛПО различия увеличились только для внутренней области ЛПО. Также на рисунке 4.7в можно отметить неполное смыкание ЛПО при численном расчете фильтрации. Это видно по тому, что в отличие от МФТ при численном расчете ЛПО не имеет четко выраженных внутренней и внешней границ, образуются небольшие «окна», через которые влага может продолжать фильтроваться. Это лучше всего наблюдается на рисунке 4.8, где во внутренней части ЛПО скорость фильтрации не равна нулю. При моделировании с помощью МФТ такой ситуации не наблюдается.

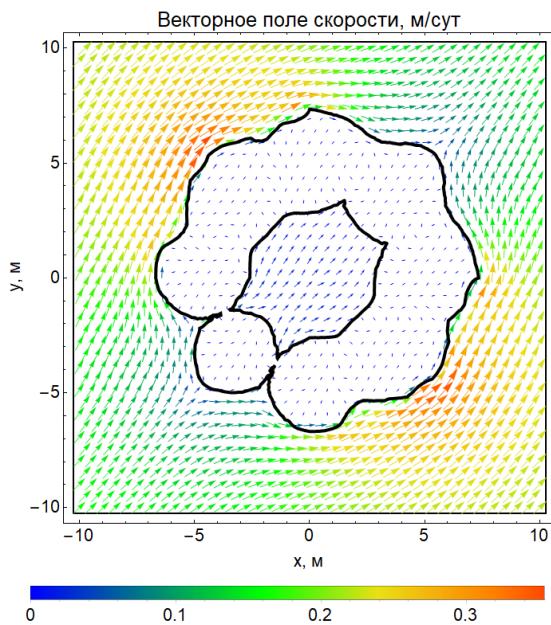


Рисунок 4.8 — Поле скорости фильтрации при численном расчете после смыкания ЛПО. Скорость фильтрации влаги 0,2 м/сут

Получающиеся расхождения при смыкании ЛПО между численным расчетом и МФТ можно объяснить идеализацией МФТ в виде предположения о цилиндрической форме зоны промерзания, что приводит к немного меньшему времени образования сплошного ЛПО, чем при численном расчете. Однако в целом, анализируя получающиеся результаты, можно сказать, что получаемая погрешность по времени смыкания ЛПО незначительна и полученные расхождения в изотермах  $-0,5$   $^{\circ}\text{C}$  неказываются на общей картине формирования ЛПО. Однако при дальнейшем увеличении скорости фильтрации сомкнутость ЛПО может быть значительно нарушена и в таком случае МФТ станет неприменим.

Таким образом, можно заключить, что разработанный аналитический подход к расчету фильтрации поровой влаги по МФТ может быть успешно применен для периода активного замораживания до смыкания ЛПО и после смыкания ЛПО. Но при этом МФТ должен применяться до того момента, пока сплошное ЛПО имеет форму цилиндра, при значительном отклонении от данной формы должно происходить переключение с аналитического на численный расчет фильтрации.

#### 4.4 Выводы по главе

- Предложены и сравнены между собой два аналитических метода расчета фильтрации поровой влаги при искусственном замораживании пород. Первый — коэффициентный метод — выводится из предположения, что скорость фильтрации зависит только от объемного содержания льда. Данный подход в

силу своей значительной простоты не удовлетворяет условию неразрывности и не позволяет корректно описывать обтекание потока вокруг замороженной зоны, но при этом его алгоритмическая реализация не требует каких-либо значительных вычислительных ресурсов. Второй — метод функций тока — выводится из классической теории обтекания кругового цилиндра набегающим ламинарным потоком жидкости. Подход позволяет корректно учитывать обтекание поровой влагой зоны промерзания в виде кругового цилиндра. Отсюда следует ограничение метода: предположение, что граница зоны промерзания формируется и сохраняет вид цилиндра может быть несправедливо при длительном замораживании под действием фильтрации влаги или при слишком высоких скоростях фильтрации. Однако реализация метода функций тока по сравнению с численным расчетом уравнения фильтрации Дарси и уравнения неразрывности требует значительно меньше вычислительных ресурсов.

2. Из сравнительного анализа результатов расчета фильтрации коэффициентным методом и численным расчетом установлено, что несмотря на недостатки коэффициентного метода он может быть применен при относительно небольших временах замораживания и скоростях фильтрации (точные пределы применимости будут рассмотрены в следующей главе). Либо данный метод может быть использован как начальное приближение для численного расчета.
3. Сравнивая результаты расчета фильтрации влаги численным методом и методом функций тока при скорости фильтрации 0,1 м/сут, можно отметить совпадение получаемых результатов с незначительными различиями. Это оставалось справедливым как для случая до смыкания ледопородного ограждения, так и после. Оба подхода давали схожие результаты и при увеличенной до 0,2 м/сут скорости фильтрации, когда поле температур значительно вытягивалось вдоль направления потока влаги. Однако во всех моделируемых случаях граница зоны промерзания сохраняла вид близкий к цилиндрической. Для случаев длительного замораживания и еще более высоких скоростей фильтрации граница зоны промерзания может потерять вид цилиндра. В этом случае расчет фильтрации должен осуществляться только численными методами.

## **5 РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ ИСКУССТВЕННОГО ЗАМОРАЖИВАНИЯ ЗАСОЛЕННЫХ ПОРОД**

Для эффективного и безопасного строительства подземных сооружений способом искусственного замораживания на этапе проектирования проводится расчет параметров искусственного замораживания с учетом особенностей замораживаемых пород. В данной главе диссертационной работы внимание сосредоточено на разработке методики расчета параметров искусственного замораживания пород, содержащих влагу с растворенными солями. Основой для разработки методики служат результаты исследований, описанные в главах 2-4.

### **5.1 Общие положения расчета параметров искусственного замораживания засоленных пород**

При разработке проекта по замораживанию пород, содержащих пресную поровую воду, сначала решается статическая (геомеханическая) задача — определяется требуемая толщина ЛПО по критериям предельного напряженного и предельного деформированного состояния при заданной фиксированной температуре. Затем выполняется теплотехнический расчет: моделируется температурное поле и устанавливается момент времени, когда ЛПО достигает требуемой толщины [26]. При этом важным условием является поддержание средней температуры ЛПО не выше фиксированной величины, при которой выполнялся геомеханический расчет.

При замораживании засоленных пород ситуация усложняется по ряду причин. В первую очередь при минерализации поровой воды температура ее замерзания понижается. При этом в процессе замораживания породы соль выпирается в незамороженную область породы, что приводит к повышению концентрации соли на фронте фазового перехода и еще большему понижению температуры замерзания воды. Кроме того, кривая содержания незамороженной воды в засоленных породах не только смещается в область более низких температур, но и становится более пологой. Это означает, что при одном и том же понижении температуры доля незамороженной воды в засоленных породах выше, чем в незасоленных.

Ввиду указанных выше причин расчет искусственного замораживания засоленных пород должен, в отличие от незасоленных пород, начинаться с теплотехнического расчета. При этом, как указано в [21, 25], минерализация поровой воды обычно выражена для водоносных горизонтов выше водоупорного слоя. По этой причине разработка технических решений по искусственному замораживанию должна быть в первую очередь ориентирована на указанные засоленные слои пород.

Обоснованность первичности теплотехнического расчета заключается в том, что такой расчет позволяет определить максимальные концентрации соли, достигаемые на осевой плоскости ЛПО в процессе концентрирования соли вблизи границы фазового перехода, а также оценить содержание незамороженной воды, сохраняющейся на данной плоскости. Указанный параметр критически важен, поскольку, как показали исследования в рамках данной работы, прочность пород напрямую зависит от содержания незамороженной воды. Кроме того, в случае сильно проницаемых пород (пески, супеси, трещиноватые породы и т.п.) определение содержания незамороженной воды наиболее значимо, поскольку для таких пород гидроизоляционные условия для ЛПО могут приводить к более жестким ограничениям, чем при расчете требуемой несущей способности ЛПО исходя из предельных напряженного и деформированного состояний.

В ходе теплотехнического расчета определяется средняя температура ЛПО, необходимая для достижения требуемой степени льдонасыщенности и гарантии водонепроницаемости ЛПО. Исходя из этих критериев были сформулированы два критерия, которым должна удовлетворять средняя температура ЛПО.

В первую очередь средняя температура ЛПО должна удовлетворять критерию по гидроизоляционному условию ЛПО. Данное условие заключается в том, что при заданной средней температуре ЛПО гидравлическая проницаемость пород должна быть ниже некоторого предела. В качестве предела можно задаться величиной 0,00005 м/сут, которая, согласно классификации Н.Н. Маслова, соответствует практически водонепроницаемым породам [35]. Математически данное условие можно сформулировать следующим образом:

$$k = k_u k_r = k_u \sqrt{\gamma(T_a, s_0)} \left[ 1 - \left( 1 - \gamma(T_a, s_0)^{\frac{1}{m}} \right)^m \right]^2 \leq 0,00005 \text{ м/сут}, \quad (5.1)$$

где  $k$ ,  $k_u$  — гидравлическая проницаемость мерзлой породы и незамороженной породы, соответственно, м/сут;  $k_r$  — относительная гидравлическая проницаемость;  $T_a$  — средняя температура ЛПО, °C;  $s_0$  — начальное содержание соли в породе, г/л. Следует отметить, что для расчета  $k_r$  в формуле (5.1) использовалась модель ван Генухтена-Муалема, представленная ранее в виде (2.24).

Второй критерий, которому должна удовлетворять средняя температура ЛПО, определяется таким образом, чтобы при данной средней температуре большая часть фазового перехода завершилась, и дальнейший отвод тепла в большей степени расходовался на понижение температуры породы. При выполнении этого критерия

будет достигнут наибольший прирост прочности породы, т.е. дальнейшее понижение температуры приведет лишь к линейному повышению прочности. Для вывода математической формулировки данного критерия следует рассмотреть, как меняется удельная энталпия засоленных пород. Ранее формула для расчета удельной энталпии была представлена в интегральной форме (2.16). Однако без существенной потери точности данную формулу можно рассмотреть в дискретном виде:

$$h = \rho c(T, s) [T - T_l(s)] + \rho_i n L \gamma(T, s), \quad (5.2)$$

где  $h$  — удельная энталпия влажной породы, Дж/м<sup>3</sup>;  $\rho$  — плотность влажной породы, кг/м<sup>3</sup>;  $c$  — удельная теплоемкость влажной породы, Дж/(кг·°C);  $T$  — температура породы, °C;  $s$  — содержание соли, г/л;  $L$  — удельная скрытая теплота фазового перехода, Дж/кг;  $\rho_i$  — плотность льда, кг/м<sup>3</sup>;  $n$  — пористость породы, м<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>.

Первое слагаемое в правой части уравнения (5.2) представляет собой явную теплоту (расходуется на понижение температуры), а второе слагаемое — скрытую теплоту (расходуется на преодоление фазового перехода) [42]. Следовательно, большая часть фазового перехода будет пройдена в том случае, если явная теплота превысит скрытую теплоту по абсолютному значению, а величина удельной энталпии будет меньше нуля. Отсюда, математическая формулировка критерия по завершению большей части фазового перехода запишется следующим образом:

$$T_l(s_0) - T_a \leq \frac{\rho_i L n \gamma(T_a, s_0)}{\rho c(T_a, s_0)}. \quad (5.3)$$

В итоге при расчете средней температуры ЛПО следует выбирать ее таким образом, чтобы она удовлетворяла одновременно критериям (5.1) и (5.3). Следует отметить, что расчет средней температуры ЛПО из критериев (5.1) и (5.3) является некоторым начальным приближением, которое в дальнейшем может быть скорректировано, если следующая из него толщина ЛПО будет недостижима или будет обеспечиваться в течение слишком длительного временного отрезка.

После определения требуемой средней температуры ЛПО должен проводиться расчет температуры хладоносителя в замораживающих колонках, которой будет достаточно для обеспечения средней температуры ЛПО не выше требуемой к моменту начала проходки ствола. Такой расчет должен проводиться с помощью математического моделирования искусственного замораживания пород. Основными процессами, которые должна учитывать модель, являются: конвективный и диффузионный перенос теплоты; выпирание соли из замороженной зоны в незамороженную; морозное пучение.

## 5.2 Этапы теплотехнического расчета

Перед проведением теплотехнического расчета для засоленных пород в первую очередь необходимо определить фактическую минерализацию поровой влаги (массовая доля солей, входящих в поровую влагу, например NaCl, KCl, MgCl<sub>2</sub> и др.). Для инженерных расчетов рекомендуется использовать массовую долю NaCl-эквивалента, которая характеризует общее понижение температуры замерзания. Далее по известной минерализации необходимо определить температуру замерзания воды в порах. Из проведенных экспериментальных исследований установлено, что для NaCl температуру замерзания воды можно определить по следующей приближенной формуле:

$$T_l = T_0 - 0,065s, \quad (5.4)$$

где  $T_0$  — температура замерзания воды в незасоленной породе, °C;  $s$  — массовое содержание NaCl, г/л. Необходимо отметить, что зависимость (5.4) получена при замораживании глины, мела и песка в диапазоне содержаний NaCl от 0 г/л до 70 кг/кг.

Наличие соли в поровой влаге влияет не только на температуру замерзания воды, но и на характер ее замерзания, выраженный в зависимости содержания незамороженной воды от температуры. Проведенные исследования в рамках данной работы показали, что для различных типов пород оптимальной моделью описания содержания незамороженной воды является модель ван Генухтена-Муалема:

$$\gamma = \gamma_{res} + (1 + \gamma_{res}) \left[ 1 + \left( \frac{T_l - T}{\omega} \right)^{\frac{1}{1-m}} \right]^{-m}, \quad (5.5)$$

где  $\gamma$  — содержание незамороженной воды, м<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>;  $\gamma_{res}$  — остаточное содержание незамороженной воды, м<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>;  $T$  — температура породы, °C;  $\omega$ ,  $m$  — материальные константы.

Материальные константы модели  $\omega$ ,  $m$  зависят от содержания соли в поровой влаге и должны определяться из экспериментальных исследований. В рамках данной работы зависимости  $\omega$ ,  $m$  от содержания NaCl были получены для песка, мела и глины (см. таблицу 5.1).

Таблица 5.1 — Параметры модели ван Генухтена-Муалема для различных пород ( $s$  дано в г/л)

Порода	Параметр	Значение
Песок	$m$	$0,36 - 0,0012s$
	$\omega$	$0,0876 + 0,0096s$
Мел	$m$	$0,37 - 0,001s$
	$\omega$	$0,148 + 0,011s$
Глина	$m$	$0,358 - 0,001s$
	$\omega$	$1,012 + 0,0056s$

После параметризации кривой содержания незамороженной воды проводится расчет требуемой средней температуры ЛПО по ранее представленным критериям (5.1) и (5.3). Кроме того, с помощью данной кривой определяются теплопроводность и удельная теплоемкость пород. Для этого предлагается использовать следующие формулы:

$$\lambda = \lambda_s^{1-n} \lambda_l^{\xi n \gamma} \lambda_i^{\xi n (1-\gamma)}, \quad (5.6)$$

$$\rho c = (\rho c)_s (1-n) + n [(\rho c)_w \gamma + (\rho c)_i (1-\gamma)], \quad (5.7)$$

где  $\lambda$  — теплопроводность влажной породы, Вт/(м·°C);  $\lambda_s$ ,  $\lambda_l$ ,  $\lambda_i$  — теплопроводность сухих частиц породы, жидкости и льда, Вт/(м·°C);  $n$  — пористость, м<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>;  $\xi$  — поправочный коэффициент;  $\rho$  — плотность влажной породы, кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_s$ ,  $\rho_l$ ,  $\rho_i$  — плотность сухих частиц породы, жидкости и льда, кг/м<sup>3</sup>;  $c_s$ ,  $c_l$ ,  $c_i$  — удельная теплоемкость сухих частиц породы, жидкости и льда, Дж/(кг·°C). Поправочный коэффициент  $\xi$  в уравнении (5.6) определяется из лабораторных исследований или при калибровке математической модели замораживания пород. Данный коэффициент необходим для учета неоднородного распределения теплопроводности и влажности в породе. Кроме того, свойства, относящиеся к сухим частицам породы, также должны определяться из экспериментальных исследований.

После определения средней температуры ЛПО и параметризации теплофизических свойств пород проводится математическое моделирование искусственного замораживания пород. Из результатов моделирования определяется температура хладоносителя в замораживающих колонках, необходимая для достижения средней температуры ЛПО к заданному моменту времени. Также оценивается максимальный прирост содержания соли в объеме ЛПО.

Следует отметить, что при наличии выраженного фильтрационного течения (вызванного наличием градиента напора) расчет фильтрации влаги, как было показано в главе 4, может и должен быть осуществлен с помощью численных или аналитических

методов. На основе проведенных исследований разработан критерий, позволяющий определить границы применимости каждого из методов. Критерий основан на расчете безразмерного числа Пекле  $Pe$  относительно расстояния между двумя соседними колонками [26]:

$$Pe = \frac{\rho_l c_l}{\lambda_l} v d, \quad (5.8)$$

где  $v$  — скорость фильтрации влаги, м/с;  $d$  — расстояние между двумя соседними колонками, м. Величина  $Pe$  характеризует отношение между конвективным переносом теплоты в зоне охлаждения и кондуктивным переносом теплоты в зоне промерзания.

В таблице 5.2 представлены границы применимости методов расчета фильтрации поровой влаги в зависимости от  $Pe$ . Символом «+» в таблице отмечена пригодность метода к расчету фильтрации поровой влаги, символом «-» — непригодность. Следует отметить, что ранее подобный анализ был проведен в работе [26]. Однако, в этой работе расчет  $Pe$  использовался лишь для определения предела, когда влияние фильтрации влаги становится значимым и ее следует учитывать. В настоящем же исследовании рассмотрено как именно учитывать фильтрацию влаги в модели при различных  $Pe$ .

Таблица 5.2 — Границы применимости методов расчета фильтрации влаги под действием градиента напора

	Коэффициентный метод	Метод функций тока	Численный расчет
$Pe \leq 5$	+	+	+
$5 < Pe \leq 15$	-	+	+
$Pe > 15$	-	-	+

Из таблицы 5.2 можно видеть, что в случае  $Pe \leq 15$  имеется возможность применения аналитических методов расчета фильтрации поровой влаги, что позволяет существенно сократить вычислительные ресурсы по сравнению с численным расчетом. При этом если  $Pe < 0,5$ , фильтрацию поровой влаги можно вовсе не учитывать, т.к. в этом случае кондуктивный теплоперенос преобладает над конвективным.

Полученная оценка для коэффициентного метода была подтверждена натурным мониторингом за формированием ЛПО на Даасинском руднике. На данном руднике в одном из песчаных слоев на глубине 140 м наблюдалась плоскопараллельная фильтрация влаги. Однако скорость фильтрации была достаточно низкая и использование коэффициентного метода позволило корректно смоделировать замораживание породы. В данном случае  $Pe$  равнялось 3.

### 5.3 Этапы статического расчета

После окончания теплотехнического расчета проводится статический расчет ЛПО, из которого определяется необходимая толщина прочного ЛПО с учетом заданной его средней температуры. Данный расчет должен вестись по двум группам критериев — прочностному (ограничение напряжений в сравнении с прочностью замороженной породы) и деформационному (ограничение относительных деформаций и смещений внутренней стенки ЛПО).

Статический расчет должен базироваться на определенных из лабораторных испытаний зависимостях прочностных свойств пород от содержания незамороженной воды при фактическом содержании соли в породе и различных температурах. При этом для получения общих представлений о зависимости прочностных свойств пород от содержания незамороженной воды, достаточно провести испытания при средней температуре ЛПО и при более низкой температуре (например, ниже на 10 °C). Важность таких исследований доказывается тем, что, как было показано ранее в параграфе 2.1.4, длительная прочность пород нелинейно зависит от содержания незамороженной воды. При этом с повышением засоленности пород стремительно снижается несущая способность ЛПО вследствие большего количества незамороженной воды.

Степень снижения несущей способности ЛПО можно оценить с помощью результатов математического моделирования замораживания песка, мела и глины, представленных в параграфе 3.3. В данном параграфе представлены зависимости предельной несущей способности ЛПО ( $P$ ) от начального содержания NaCl. Если принять предельную несущую способность ЛПО незасоленной породы за  $P_0$ , то можно оценить зависимость снижения  $P$  относительно  $P_0$ . Такая зависимость полезна для понимания качественного влияния содержания соли на несущую способность ЛПО при формировании проекта по замораживанию. В ходе анализа модельных данных было установлено, что такая зависимость может быть описана степенной функцией вида:

$$p = a + bs_0^{-c}, \quad (5.9)$$

где  $p = P / P_0$ ;  $a$ ,  $b$ ,  $c$  — материальные параметры;  $s_0$  — начальное содержание соли, г/л. В случае исследованных пород получены следующие зависимости  $p$  от начального содержания NaCl:

$$p_{\text{глина}} = 0,001 + 2,32s_0^{-0,68}, \quad (5.10)$$

$$p_{\text{мел}} = 0,041 + 0,79s_0^{-0,719}, \quad (5.11)$$

$$p_{\text{песок}} = 0,001 + 0,43s_0^{-0.906}. \quad (5.12)$$

На рисунке 5.1 представлено сравнение зависимостей (5.10)–(5.12) с полученными в ходе моделирования точками. Из данного рисунка можно видеть, что представленные зависимости приемлемо аппроксимируют модельные данные.

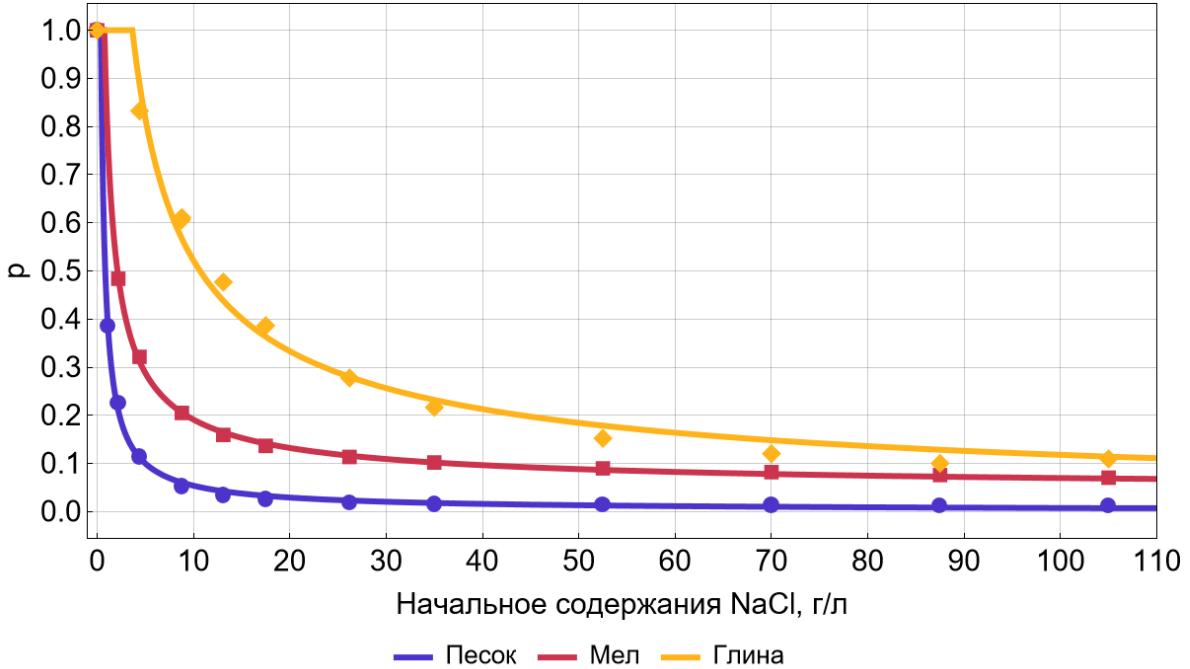


Рисунок 5.1 — Зависимость  $p$  от начального содержания NaCl. Кривые – аппроксимация, маркеры – модельные данные

Из рисунка 5.1 можно установить, что меньше всего соль оказывает влияние на несущую способность ЛПО в глине. В случае мела и песка несущая способность ЛПО стремительно снижается с увеличением начального содержания соли. Из данного анализа можно сделать вывод, что чем выше дисперсность породы, тем сильнее будет снижаться ее прочность с увеличением минерализации поровой влаги и содержания незамороженной воды.

После определения необходимой толщины ЛПО проводится математическое моделирование замораживания породы с ранее определенной температурой хладоносителя. Из результатов моделирования проверяется достижимость определенной толщины ЛПО к моменту времени достижения требуемой средней температуры ЛПО. Если рассчитанная толщина ЛПО не достигается за требуемое время, то следует задаться иной допустимой средней температурой ЛПО и скорректировать расчеты температуры хладоносителя и толщины ЛПО.

## **5.4 Рекомендации по снижению холодильной мощности на пассивном этапе замораживания**

В случае пород, содержащих пресную поровую воду, при переходе на стадию пассивного замораживания принято снижать мощность холодильной установки. Это обосновано с точки зрения энергоэффективности и тем, что в незасоленных породах при сформировавшемся ЛПО повышение температуры на замораживающих колонках на 1-2 °С незначительно влияет на прочность ЛПО. В случае засоленных пород ситуация противоположная. При замораживании данных пород, в объеме ЛПО будет повышаться содержание соли, которое может быть значительно выше начального значения. Ввиду этого, при повышении температуры на замораживающих колонках, может произойти резкое повышение содержания незамороженной воды вблизи колонок, что приведет к значительному снижению прочности пород в объеме ЛПО. Кроме того, в случае высокопроницаемых пород также велик риск нарушения гидроизоляционной функции ЛПО. Таким образом, решение о снижении мощности замораживающей станции должно основываться на следующих принципах:

- недопущении нарушения гидроизоляционного критерия (5.1);
- определении из результатов численного моделирования степени снижения прочностных свойств пород при повышенной средней температуре ЛПО;
- при отсутствии возможности проведения дополнительных исследований не рекомендуется снижать мощность замораживающей станции на период поддержания толщины ЛПО, проходки и крепления ствола.

Следует отметить, что определение степени снижения прочностных свойств пород может быть оценено при определении аппроксимирующих зависимостей прочностных свойств пород от содержания незамороженной воды на этапе статического расчета. Например, по результатам параграфа 2.1 установлено, что данная зависимость для длительной прочности пород может быть описана степенной формулой:

$$\sigma_c = a\gamma^{-b}, \quad (5.13)$$

где  $\sigma_c$  — длительная прочность пород, Па;  $a$ ,  $b$  — материальные параметры, определяемые экспериментально. В случае исследованных глины, мела и песка получены следующие зависимости (далее  $\sigma_c$  представлены в МПа):

$$\sigma_c^{\text{глина}} = 0,794\gamma^{-2,08}, \quad (5.14)$$

$$\sigma_c^{\text{мел}} = 0,371\gamma^{-1,12}, \quad (5.15)$$

$$\sigma_c^{\text{песок}} = 0,0608\gamma^{-1,5}. \quad (5.16)$$

Таким образом, рассчитав из результатов математического моделирования средние содержания незамороженной воды в объеме ЛПО при начальной и сниженной мощности холодильной установки, можно провести оценку снижения прочностных свойств пород с помощью формул (5.14)–(5.16).

## 5.5 Расчет параметров искусственного замораживания для проектируемого горнодобывающего предприятия

Рассмотренная выше методика была применена для расчета параметров искусственного замораживания горнодобывающего предприятия «Еврохим-Саратовкалий». Проектный диаметр ствола — 8 м. В ходе гидрогеологических исследований было установлено, что водоносные горизонты выше 250 м содержат соленые воды с минерализацией от 3,3 г/л до 5,7 г/л. Ниже 370 м водоносные горизонты содержат рассолы с минерализацией от 49 г/л до 185 г/л (см. рисунок 5.2). Сама соль является многокомпонентной и в основе содержит хлориды, натрий, калий, сульфаты и магний. Для применения методики был выбран известняк, содержащийся в слое 10 (см. рисунок 5.2), залегающий на глубине 384 м.

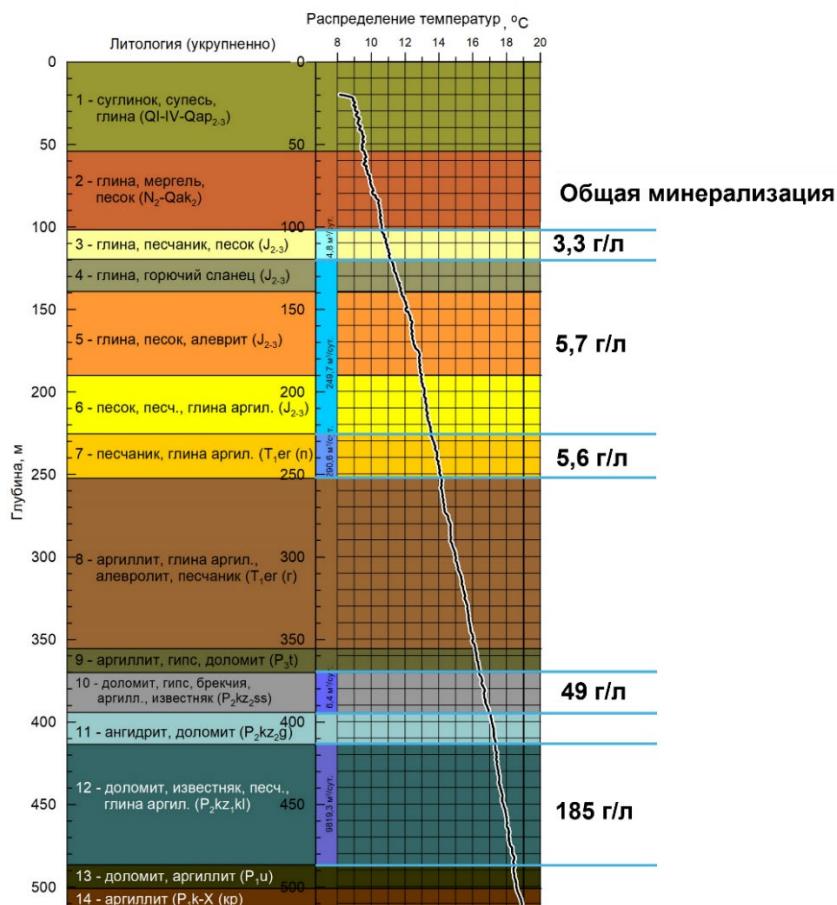


Рисунок 5.2 — Распределение минерализации поровой влаги водоносных горизонтов склонового ствола горнодобывающего предприятия «Еврохим-Саратовкалий»

В ходе проведения теплотехнического расчета были интерпретированы экспериментальные данные по содержанию незамороженной воды и теплопроводности с помощью формул (5.5) и (5.6). При этом стоит отметить, что параметры модели ван Генухтена-Муалема были взяты аналогично мелу из таблицы (5.1). Экспериментальных исследований удельной теплоемкости не проводилось, однако имеющиеся данные позволили также параметризовать ее кривую с помощью формулы (5.7). На рисунке 5.3 представлены полученные кривые и их сравнение с экспериментальными данными по содержанию незамороженной воды и теплопроводности. Из полученных результатов можно заключить, что предложенные модели с достаточной для практики точностью аппроксимируют экспериментальные данные. Важно также отметить, что параметры содержания незамороженной воды для мела, установленные в данном исследовании, оказались пригодны для моделирования экспериментальных данных другой породы.

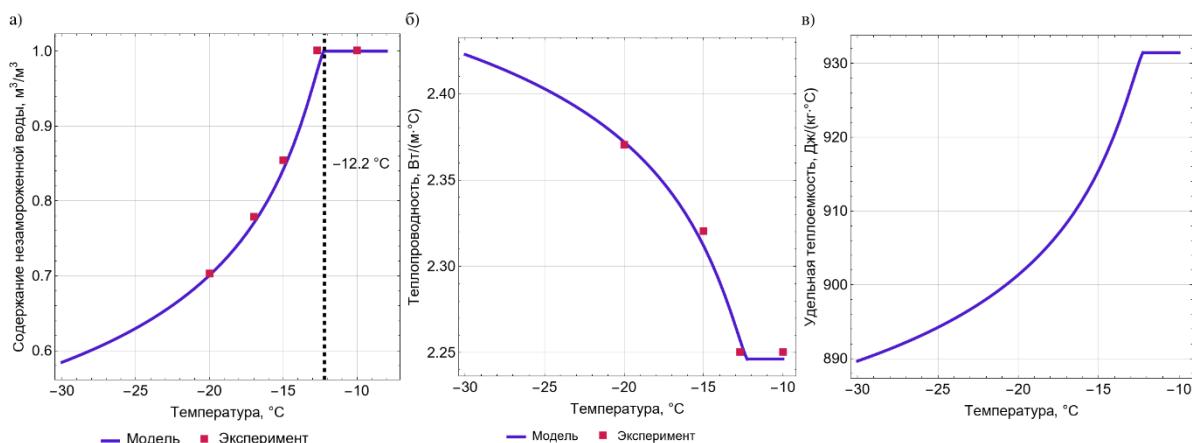


Рисунок 5.3 — Содержание незамороженной воды (а), теплопроводность (б) и удельная теплоемкость (в) для слоя известняка на глубине 384 м

После параметризации теплофизических свойств известняка была рассчитана средняя температура ЛПО из условия соблюдения критериев (5.1) и (5.3). В итоге средняя температура ЛПО составила  $-22,2^{\circ}\text{C}$ .

Далее было проведено математическое моделирование искусственного замораживания известняка с целью определения необходимой температуры хладоносителя и режима работы холодильной установки для достижения средней температуры ЛПО. Принималось, что средняя температура ЛПО должна быть достигнута за 4 месяца после начала замораживания. Выбор данного интервала обусловлен тем, что к этому моменту времени по проекту должна начаться проходка ствола.

Замораживание осуществлялось с помощью 50 замораживающих скважин диаметром 0,146 м. Радиус контура замораживания составлял 10 м. При моделировании было учтено влияние соли в поровой влаге и морозное пучение. Принятые

теплофизические свойства в модели представлены в таблице 5.3. Данные параметры получены в ходе лабораторных исследований.

Таблица 5.3 — Принятые модельные теплофизические свойства известняка

<b>Свойство</b>	<b>Значение</b>
Плотность влажной породы, кг/м <sup>3</sup>	2520
Плотность сухих частиц породы, кг/м <sup>3</sup>	2709
Плотность воды, кг/м <sup>3</sup>	1000
Плотность льда, кг/м <sup>3</sup>	912
Удельная теплоемкость сухих частиц породы, Дж/(кг·°C)	781
Удельная теплоемкость воды, Дж/(кг·°C)	4200
Удельная теплоемкость льда, Дж/(кг·°C)	2100
Теплопроводность сухих частиц породы, Вт/(м·°C)	2,7
Теплопроводность воды, Вт/(м·°C)	0,56
Теплопроводность льда, Вт/(м·°C)	2,2
Поправочный коэффициент теплопроводности	1,2
Влажность, кг/кг	0,044
Пористость, м <sup>3</sup> /м <sup>3</sup>	0,11
Начальная температура породы, °C	16,7
Начальная температура хладоносителя, °C	5

В ходе моделирования были рассмотрены различные сочетания температуры хладоносителя и режима работы замораживающей станции. В итоге было получено, что наиболее рациональным сочетанием является понижение температуры хладоносителя со скоростью 1 градус в сутки до достижения температуры –37 °C и дальнейшее ее поддержание. Для такого варианта на рисунке (5.4) представлен график изменения средней температуры ЛПО со временем. Из данного графика установлено, что средняя температура ЛПО будет достигнута за 94 дня.

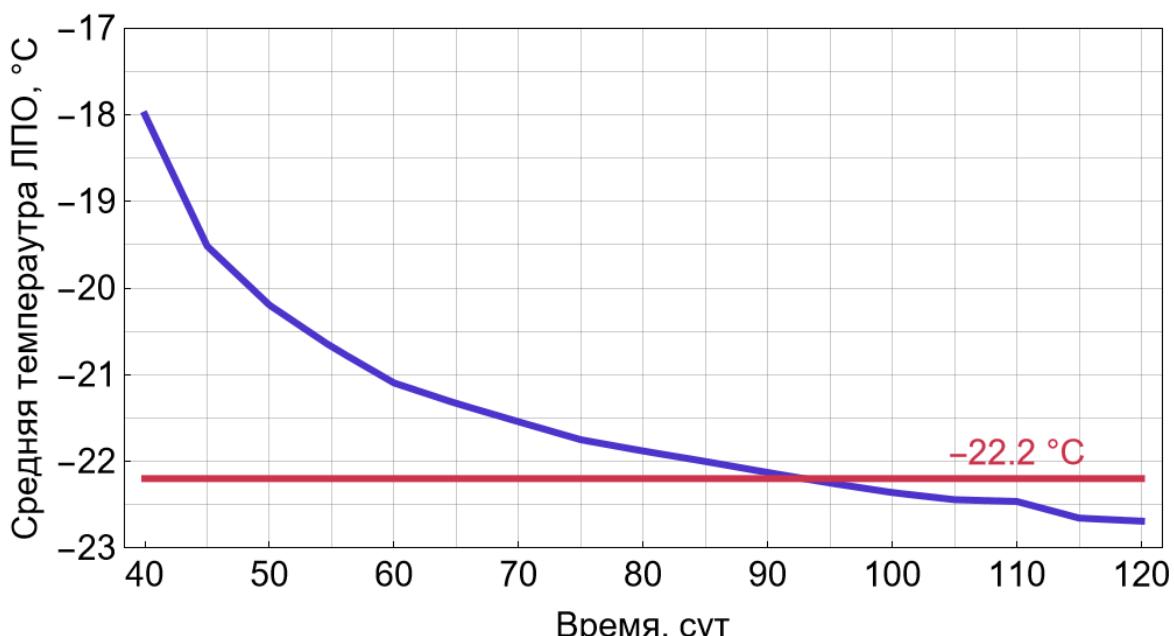


Рисунок 5.4 — Зависимость средней температуры ЛПО от времени в слое известняка

Таблица 5.4 — Средняя температура ЛПО и температура хладоносителя на различных горных предприятиях к моменту начала проходки ствола

Проект	Средняя температура ЛПО		Температура хладоносителя
	Расчет по критериям (5.1) и (5.3)	Моделирование	
<b>«Еврохим-Саратовкалий» (известняк, влажность 0,044 кг/кг, минерализация 49 г/л)</b>			
—	-22,2 °C	-22,7 °C	-37 °C
<b>Талицкий ГОК (мергель, влажность 0,13 кг/кг, минерализация 15 г/л)</b>			
-10,0 °C	-13,6 °C	-15,4 °C	-35 °C
<b>Дарасинский рудник (глина, влажность 0,2 кг/кг, минерализация 1 г/л)</b>			
-10,0 °C	-10,2 °C	-10,7 °C	-26 °C

В таблице 5.4 представлено сравнение средней температуры ЛПО и температуры хладоносителя на различных горных предприятиях. Из данной таблицы можно видеть, что с повышением минерализации поровой влаги уменьшается средняя температура ЛПО и соответственно температура хладоносителя. При этом небольшая разница в температуре хладоносителя между «Еврохим-Саратовкалий» и Талицким ГОК объясняется меньшим количеством замораживающих колонок на Талицком ГОК (40 штук) и большую влажность (0,13 кг/кг) исследованного слоя пород для условий «Еврохим-Саратовкалий». Это привело к менее интенсивному замораживанию поровой влаги на Талицком ГОК и необходимости достижения и поддержания температуры хладоносителя менее -30 °C.

## **5.6 Выводы по главе**

1. Разработаны два критерия для расчета средней температуры ЛПО. Первый критерий основан на том, что при средней температуре ЛПО порода должна быть гидравлически непроницаемой. Удовлетворение второму критерию подразумевает, что при средней температуре ЛПО будет завершена большая часть фазового превращения поровой воды в лед.
2. Предложены формулы для расчета основных теплофизических и прочностных свойств пород при наличии в них растворенной соли. Для исследованных песка, мела и глины проведена параметризация данных формул.
3. Даны пределы применимости методов оперативного расчета фильтрации влаги под действием градиента напора. Оценка пределов дана в безразмерных числах Пекле  $Pe$ : при  $Pe < 0,5$  фильтрации влаги можно не учитывать вследствие преобладания кондуктивного теплопереноса над конвективным; при  $Pe \leq 1$  могут использоваться оба рассмотренных аналитических метода расчета фильтрации — коэффициентный метод и метод функций тока; при  $1 < Pe \leq 10$  из аналитических методов может применяться только метод функций тока; при  $Pe > 10$  расчет фильтрации должен осуществляться с использованием численных методов.
4. На основе результатов моделирования замораживания песка, мела и глины установлено, что несущая способность ледопородного ограждения снижается с увеличением засоленности ( $NaCl$ ) по степенному закону. Полученные зависимости могут быть применены для инженерной оценки степени влияния засоленности поровой влаги на несущую способность ледопородного ограждения.
5. Проведено моделирование замораживания слоя известняка на глубине 384 м вокруг проектируемого скрепового ствола горнодобывающего предприятия «Еврохим-Саратовкалий», характеризующегося наличием рассолов в водоносных горизонтах. Рассчитана требуемая средняя температура ЛПО. На основе результатов моделирования определена температура хладоносителя ( $-37$   $^{\circ}C$ ) и длительность активной стадии работы замораживающей станции (94 суток) для достижения требуемой средней температуры ЛПО  $-22$   $^{\circ}C$  к началу проходки ствола.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе содержится решение научно-практической задачи по определению влияния засоленности поровой влаги на теплофизические и прочностные свойства пород в процессе их искусственного замораживания. В ходе выполнения работы получены следующие научные результаты:

1. Проведены лабораторные исследования влияния засоленности поровой влаги на теплофизические и прочностные свойства типовых пород в интервалах замораживания: глины, мела и песка. Построены эмпирические зависимости этих свойств от температуры и содержания соли. Также изучено влияние соли на интенсивность морозного пучения: с увеличением содержания соли пучение снижается, за исключением диапазона малых концентраций, где наблюдается рост относительной гидравлической проницаемости.
2. Предложена математическая модель тепло- и массопереноса в системе «замораживающие колонки – порода», учитывающая влияние засоленности поровой влаги на теплофизические свойства пород и перенос соли при замораживании пород, позволяющая описывать нестационарное изменение температурного поля, пространственную неоднородность распределения влажности и содержания соли при искусственном замораживании влажных засоленных пород.
3. Разработаны методы оперативного расчета фильтрации поровой влаги под действием градиента напора. Данные методы по сравнению с численными методами позволяют сократить вычислительные ресурсы при математическом моделировании искусственного замораживания пород. Анализ разработанных методов показал, что их применимость ограничивается числами Пекле в диапазоне от 0 до 15.
4. На основе моделирования построены зависимости толщины ледопородного ограждения от начального содержания соли в поровой влаге. Установлено, что повышение соли снижает толщину ограждения, кроме мела и песка, где в определенном диапазоне содержание соли почти не влияет на толщину. Для глины такого эффекта нет. Предельная несущая способность ограждения снижается при увеличении содержания соли, особенно при малых концентрациях.
5. Разработана методика расчета искусственного замораживания влажных засоленных пород на основе результатов проведенного многопараметрического численного моделирования, позволяющая повысить эффективность

искусственного замораживания пород и безопасность проходки шахтных стволов в сложных гидрохимических и гидрогеологических условиях.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Алванян А. К., Алванян К. А. Геокриология. – Пермь: Пермский государственный национальный исследовательский университет, 2020. – 139 с.
2. Арэ Ф. Э. Теплофизические аспекты принципа Цытовича о равновесном состоянии воды и льда в мерзлых грунтах // Криосфера Земли. – 2014. – Т. 18. – № 1. – С. 47–56.
3. Богомягков А. В., Пугин А. В. Совершенствование математической модели тепломассопереноса в замораживаемом породном массиве, реализованной в программе FrozenWall // Известия Томского Политехнического Университета. Инжиниринг Георесурсов. – 2023. – Т. 334. – № 2. – С. 164–174.
4. Бровка Г. П. Взаимосвязанные процессы тепло- и массопереноса в природных дисперсных средах. – Минск: Беларус. наука, 2011. – 363 с.
5. Бублик С. А., Семин М. А. Анализ подходов к расчету фильтрационных течений подземных вод при моделировании формирования ледопородных ограждений // Вычислительная механика сплошных сред. – 2023. – Т. 16. – № 1. – С. 46–60.
6. Валландер С. В. Лекции по гидроаэромеханике. – Ленинград: Издательство ЛГУ, 1978. – 296 с.
7. Вялов С. С. Реология мерзлых грунтов. – М.: Стройиздат, 2000. – 463 с.
8. Вялов С. С., Гмошинский В. Г., Городецкий С. Э. и др. Прочность и ползучесть мерзлых грунтов и расчеты ледогрунтовых ограждений. – М.: Издательство Академии Наук СССР, 1962. – 255 с.
9. Гольдштейн М. Н. Деформации земляного полотна и оснований сооружений при промерзании и оттаивании. – М.: Трансжелдориздат, 1948. – 212 с.
10. Ершов Э. Д. Общая геокриология. – М.: Недра, 1990. – 559 с.
11. Желнин М. С. Моделирование гидромеханического поведения грунтов при искусственном замораживании: дисс. ... канд. физ.-мат. наук. – Пермь, 2021. – 211 с.
12. Иванов Н. С. Тепло- и массоперенос в мерзлых горных породах. – М.: Наука, 1969.
13. Коршунов А. А., Чуркин С. В., Невзоров А. Л. Инновационное лабораторное оборудование для изучения процесса морозного пучения грунтов // Construction and Geotechnics. – 2020. – Т. 11. – № 4. – С. 5–19.
14. Кузьма Л. Б., Шелякин П. Н. Проходка Щегловской шахты способом замораживания. – Новосибирск, Москва, Ленинград, Грозный: Государственное объединенное научно-техническое издательство, 1935. – 100 с.
15. Левин Л. Ю., Семин М. А., Богомягков А. В., Паршаков О. С. Применение программного комплекса «Frozenwall» для расчета искусственного замораживания пород // Известия Тульского государственного университета. Науки о земле. – 2019. – № 4. – С. 269–282.
16. Левин Л. Ю., Семин М. А., Зайцев А. В. Калибровка теплофизических свойств породного массива при моделировании формирования ледопородного ограждения

строящихся шахтных стволов // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 2019. – № 1. – С. 172–184.

17. Литвин А. З., Поляков Н. М. Проходка стволов шахт специальным способом. – М.: Недра, 1974. – 328 с.

18. Мишедченко О. А. История развития способа искусственного замораживания пород // – 2010. – № 2. – С. 226–231.

19. Насонов И. Д. Замораживание фильтрующих горных пород. – М.: Недра, 1968. – 188 с.

20. Насонов И. Д., Федюкин В. А., Шуплик М. Н., Ресин В. И. Технология строительства подземных сооружений. Специальные способы строительства. – М.: Недра, 1992. – 351 с.

21. Ольховиков Ю. П. Крепь капитальных выработок калийных и соляных рудников. – М.: Недра, 1984. – 238 с.

22. Отчет о НИР № 60557/85/2017 «Строительство горно-обогатительного комплекса мощностью от 1.1 до 2.0 млн. тонн хлорида калия в год на сырьевой базе Нежинского (восточная часть) участка Старобинского месторождения калийных солей». – Пермь: Горный институт УрО РАН, 2017. – 85 с.

23. Паланкоев И. М. Обоснование параметров технологии проходки шахтных стволов в искусственно замороженных породах: дисс. ... канд. техн. наук. – Москва, 2015. – 192 с.

24. Паршаков О. С. Разработка автоматизированной системы термометрического контроля ледопородных ограждений: дисс. ... канд. техн. наук. – Пермь, 2020. – 140 с.

25. Пучков П. Е. Проходка соликамской калийной шахты №2 способом глубокого замораживания. – Москва, Грозный: Государственное научно-техническое издательство. Главная горно-топливная редакция, 1934. – 234 с.

26. Семин М. А. Научные основы комплексного обеспечения безопасности при строительстве шахтных стволов с применением способа искусственного замораживания пород: дисс. ... д-р. техн. наук. – Пермь, 2022. – 313 с.

27. Семин М. А., Бровка Г. П., Пугин А. В., Бублик С. А., Желнин М. С. Исследование влияния неоднородности поля температур на прочность ледопородных ограждений стволов шахт // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – 2021. – № 9. – С. 79–93.

28. Семин М. А., Бублик С. А. Сравнительный анализ двух моделей при описании температурной зависимости количества незамерзшей воды в грунтах // Горное эхо. – 2024. – № 3 (96). – С. 74–79.

29. Семин М. А., Зайцев А. В., Левин Л. Ю. Численное решение обратной задачи Стефана при анализе искусственного замораживания породного массива // Математическое моделирование. – 2021. – Т. 33. – № 2. – С. 93–108.

30. Семин М. А., Левин Л. Ю. Методы расчета искусственного замораживания пород при строительстве шахтных стволов. – М.: Научный мир, 2021. – 152 с.

31. Семин М. А., Левин Л. Ю., Бублик С. А., Бровка Г. П. Влияние концентрации растворенной соли на миграцию влаги в искусственно замораживаемых грунтах // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 2025. – № 2. – С. 111–122.
32. Семин М. А., Левин Л. Ю., Желнин М. С., Плехов О. А. Моделирование искусственного замораживания породного массива в условиях неоднородной минерализации поровых вод // Теплофизика высоких температур. – 2022. – Т. 60. – № 3. – С. 434–442.
33. Сумгин М. И. Физико-механические процессы во влажных и мерзлых грунтах в связи с образованием пучин на дорогах. – М.: Транспечать, 1929. – 196 с.
34. Тимофеев А. М., Кравцова О. Н., Протодьяконова Н. А. Экспериментальное исследование перераспределения соли при промерзании засоленных грунтов и водных растворов // Международный научно-исследовательский журнал. – 2017. – Т. 61. – № 7. – С. 88–90.
35. Трофимов В. Т., Королев В. А., Вознесенский Е. А., Голодковская Г. А., Васильчук Ю. К., Зиангиров Р. С. Грунтоведение; под ред. В. Т. Трофимова. – М.: Изд-во МГУ, 2005. – 1024 с.
36. Трупак Н. Г. Замораживание горных пород при проходке стволов. – М.: Углетехиздат, 1954. – 896 с.
37. Трупак Н. Г. Замораживание грунтов в подземном строительстве. – М.: Недра, 1974. – 280 с.
38. Хакимов Х. Р. Замораживание грунтов в строительных целях. – М.: Госстройиздат, 1962. – 188 с.
39. Цытович Н. А. Механика мерзлых грунтов: Общая и прикладная. – М.: Высшая школа, 1973. – 446 с.
40. Чеверев В. Г., Брушков А. В., Половков С. А., Покровская Е. А., Сафонов Е. В. Анализ представлений о механизме криогенной миграции воды в промерзающих грунтах // Криосфера Земли. – 2021. – Т. 25. – № 5. – С. 3–12.
41. Шорин В. А., Вельсовский А. Ю. Исследование влияния химических ПГМ на характеристики земляного полотна автомобильной дороги // Вестник Вологодского Государственного Университета. Серия: Технические Науки. – 2021. – Т. 11. – № 1. – С. 71–74.
42. Alzoubi M. A., Xu M., Hassani F. P., Poncet S., Sasmito A. P. Artificial ground freezing: A review of thermal and hydraulic aspects // Tunnelling and Underground Space Technology. – 2020. – Т. 104. – статья № 103534.
43. Andersland O. B., Ladanyi B. An Introduction to Frozen Ground Engineering. – New-York: Springer, 1994. – 352 с.
44. Anderson D. M., Tice A. R. Predicting unfrozen water contents in frozen soils from surface area measurements // Journal of Terramechanics. – 1972. – Т. 393. – № 2. – С. 12–18.

45. Atkinson K. E., Han W., Stewart D. Numerical Solution of Ordinary Differential Equations. – Canada: Wiley, 2009. – 261 c.
46. Banin A., Anderson D. M. Effects of Salt Concentration Changes During Freezing on the Unfrozen Water Content of Porous Materials // Water Resources Research. – 1974. – T. 10. – № 1. – C. 124–128.
47. Bao D., Zhang Z., Yue Z., Zhang A., Liu G. Study on the water–salt migration law of salinized frozen soil based on the capillary model // Frontiers in Earth Science. – 2024. – T. 12. – статья № 1367771.
48. Bing H., Ma W. Laboratory investigation of the freezing point of saline soil // Cold Regions Science and Technology. – 2011. – T. 67. – № 1–2. – C. 79–88.
49. Bublik S., Semin M., Levin L., Brovka A., Dedyulya I. Experimental and Theoretical Study of the Influence of Saline Soils on Frozen Wall Formation // Applied Sciences. – 2023. – T. 13. – № 18. – статья № 10016.
50. Chen H., Li J., Yuan X., Shi B., Shan W. Influence of water and salt on suction characteristics of unsaturated clay: variation, mechanism, and fitting // Bulletin of Engineering Geology and the Environment. – 2021. – T. 80. – № 11. – C. 8535–8551.
51. Chen Z., Guo X., Shao L., Wang X., Li S. Calorimetry of a Multicomponent System for the Analysis of Frozen Soil Specific Heat Test Considering the Effect of Latent Heat // Eurasian Soil Science. – 2020. – T. 53. – № 2. – C. 207–214.
52. Devlin S. J., Gnanadesikan R., Kettenring J. R. Robust estimation and outlier detection with correlation coefficients // Biometrika. – 1975. – T. 62. – № 3. – C. 531–545.
53. Ding Q., Hu Z., Huang S., Chen K., Liu Y., Ding L. An Investigation of Non-Linear Strength Characteristics of Solidified Saline Soils in Cold Regions // Materials. – 2022. – T. 15. – № 21. – статья № 7594.
54. Dove P. M. The dissolution kinetics of quartz in aqueous mixed cation solutions // Geochimica et Cosmochimica Acta. – 1999. – T. 63. – № 22. – C. 3715–3727.
55. Edlefsen N. E., Anderson A. B. C. Thermodynamics of soil moisture // Hilgardia. – 1943. – T. 15. – № 2. – C. 31–298.
56. Goodrich L. E. Efficient numerical technique for one-dimensional thermal problems with phase change // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 1978. – T. 21. – № 5. – C. 615–621.
57. Han B., Choi J. H., Dantzig J. A., Bischof J. C. A quantitative analysis on latent heat of an aqueous binary mixture // Cryobiology. – 2006. – T. 52. – № 1. – C. 146–151.
58. Han Y., Wang Q., Wang N., Wang J., Zhang X., Cheng S., Kong Y. Effect of freeze-thaw cycles on shear strength of saline soil // Cold Regions Science and Technology. – 2018. – T. 154. – C. 42–53.
59. Harlan R. L. Analysis of coupled heat-fluid transport in partially frozen soil // Water Resources Research. – 1973. – T. 9. – № 5. – C. 1314–1323.

60. Harrysson Drotz S., Tilston E. L., Sparrman T., Schleucher J., Nilsson M., Öquist M. G. Contributions of matric and osmotic potentials to the unfrozen water content of frozen soils // *Geoderma*. – 2009. – Т. 148. – № 3–4. – С. 392–398.
61. He H., Flerchinger G. N., Kojima Y., Dyck M., Lv J. A review and evaluation of 39 thermal conductivity models for frozen soils // *Geoderma*. – 2021. – Т. 382. – статья № 114694.
62. Hu K., Wu Y., Gao Z., Wang S., Yang Z. Experimental Study on Freezing Mode to Reduce Frost Heave // *Buildings*. – 2022. – Т. 12. – № 9. – статья № 1367.
63. Hu X.-D., Zhao F., Yu R.-Z. Safety Problem of Freezing Projects in Saline Soils // *Ground Improvement and Geosynthetics*. – Shanghai, China: American Society of Civil Engineers, 2010. – С. 255–262.
64. Iliev A., Kyurkchiev N., Markov S. On the approximation of the step function by some sigmoid functions // *Mathematics and Computers in Simulation*. – 2017. – Т. 133. – С. 223–234.
65. Jin X., Yang W., Gao X., Zhao J., Li Z., Jiang J. Modeling the Unfrozen Water Content of Frozen Soil Based on the Absorption Effects of Clay Surfaces // *Water Resources Research*. – 2020. – Т. 56. – № 12. – статья № e2020WR027482.
66. Joudieh Z., Cuisinier O., Abdallah A., Masrouri F. Artificial Ground Freezing—On the Soil Deformations during Freeze–Thaw Cycles // *Geotechnics*. – 2024. – Т. 4. – № 3. – С. 718–741.
67. Jumikis A. R. Thermal conductivity of some soil systems in a thermo- osmotic process of freezing // *Highway Research Record*. – 1969. – № 276. – С. 50–59.
68. Koniorczyk M., Bednarska D. Kinetics of water freezing from inorganic salt solution confined in mesopores // *Thermochimica Acta*. – 2019. – Т. 682. – статья № 178434.
69. Kotov P. I., Stanilovskaya J. Yu. V. Predicting changes in the mechanical properties of frozen saline soils // *European Journal of Environmental and Civil Engineering*. – 2022. – Т. 26. – № 12. – С. 5716–5728.
70. Kozlowski T. A semi-empirical model for phase composition of water in clay–water systems // *Cold Regions Science and Technology*. – 2007. – Т. 49. – № 3. – С. 226–236.
71. Kozlowski T. Some factors affecting supercooling and the equilibrium freezing point in soil–water systems // *Cold Regions Science and Technology*. – 2009. – Т. 59. – № 1. – С. 25–33.
72. Kutergin V. N., Kal’bergenov R. G., Karpenko F. S., Leonov A. R., Merzlyakov V. P. Influence of salinity on rheologic and strength properties of frozen soils in Yamal // *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. – 2012. – Т. 49. – № 3. – С. 105–110.
73. Lenzi F., Tran T.-T., Teng T.-T. The Water-activity of Supersaturated Aqueous Solutions of NaCl, KCl, and K<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> at 25°C // *Canadian Journal of Chemistry*. – 1975. – Т. 53. – № 20. – С. 3133–3140.

74. Levin L., Semin M., Golovatyi I. Analysis of the structural integrity of a frozen wall during a mine shaft excavation using temperature monitoring data // Frattura ed Integrità Strutturale. – 2022. – T. 17. – № 63. – C. 1–12.
75. Leys J., Losada-Pérez P., Glorieux C., Thoen J. The melting behaviour of water and water–sodium chloride solutions studied by high-resolution Peltier-element-based adiabatic scanning calorimetry // Journal of Thermal Analysis and Calorimetry. – 2017. – T. 129. – № 3. – C. 1727–1739.
76. Li B., Huang L., Lv X., Ren Y. Variation features of unfrozen water content of water-saturated coal under low freezing temperature // Scientific Reports. – 2021. – T. 11. – № 1. – статья № 15398.
77. Li J., Ren J., Fan X., Zhou P., Pu Y., Zhang F. Estimation of unfrozen water content in frozen soils based on data interpolation and constrained monotonic neural network // Cold Regions Science and Technology. – 2024. – T. 218. – статья № 104094.
78. Li K., Li Q., Liu C. Impacts of Water Content and Temperature on the Unconfined Compressive Strength and Pore Characteristics of Frozen Saline Soils // KSCE Journal of Civil Engineering. – 2022. – T. 26. – № 4. – C. 1652–1661.
79. Li K.-Q., Yin Z.-Y. State of the Art of Coupled Thermo–hydro-Mechanical–Chemical Modelling for Frozen Soils // Archives of Computational Methods in Engineering. – 2024. – C. 1–58.
80. Liang S., Teng J., Shan F., Zhang S. A Numerical Model of Vapour Transfer and Phase Change in Unsaturated Freezing Soils // Advances in Civil Engineering. – 2020. – T. 2020. – № 1. – статья № 8874919.
81. Lin J., Cheng H., Cai H., Tang B., Cao G. Effect of Seepage Velocity on Formation of Shaft Frozen Wall in Loose Aquifer // Advances in Materials Science and Engineering. – 2018. – T. 2018. – № 1. – статья № 2307157.
82. Liu H.-H., Birkholzer J. On the relationship between water flux and hydraulic gradient for unsaturated and saturated clay // Journal of Hydrology. – 2012. – T. 475. – C. 242–247.
83. Liu Y., Shen Y., Jing P. Study on the evolution characteristics and influencing factors of frost heave on kaolin clay during the horizontal freezing process // Scientific Reports. – 2025. – T. 15. – № 1. – C. 187.
84. Liu Y., Wang Q., Zhang X., Song S., Niu C., Shangguan Y. Using ANFIS and BPNN Methods to Predict the Unfrozen Water Content of Saline Soil in Western Jilin, China // Symmetry. – 2018. – T. 11. – № 1. – C. 16.
85. Luo C., Yu Y., Zhang J., Tao J., Ou Q., Cui W. Thermal-water-salt coupling process of unsaturated saline soil under unidirectional freezing // Journal of Mountain Science. – 2023. – T. 20. – № 2. – C. 557–569.
86. McKenzie J. M., Voss C. I., Siegel D. I. Groundwater flow with energy transport and water–ice phase change: Numerical simulations, benchmarks, and application to freezing in peat bogs // Advances in Water Resources. – 2007. – T. 30. – № 4. – C. 966–983.
87. McRoberts E. C., Morgenstern N. R. Pore Water Expulsion during Freezing // Canadian Geotechnical Journal. – 1975. – T. 12. – № 1. – C. 130–141.

88. Michalowski R. L. A constitutive model of saturated soils for frost heave simulations // Cold Regions Science and Technology. – 1993. – T. 22. – № 1. – C. 47–63.
89. Moukalled F., Mangani L., Darwish M. The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics: An Advanced Introduction with OpenFOAM® and Matlab. – Cham: Springer International Publishing, 2016. – 791 c.
90. Mu S., Ladanyi B. Modelling of coupled heat, moisture and stress field in freezing soil // Cold Regions Science and Technology. – 1987. – T. 14. – № 3. – C. 237–246.
91. Mualem Y. A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media // Water Resources Research. – 1976. – T. 12. – № 3. – C. 513–522.
92. Nakano Y. Quasi-steady problems in freezing soils: I. Analysis on the steady growth of an ice layer // Cold Regions Science and Technology. – 1990. – T. 17. – № 3. – C. 207–226.
93. Nakano Y. Water expulsion during soil freezing described by a mathematical model called M1 // Cold Regions Science and Technology. – 1999. – T. 29. – № 1. – C. 9–30.
94. Narasimhan A. Essentials of Heat and Fluid Flow in Porous Media. – Cham: Springer International Publishing, 2023. – 265 c.
95. Nikolaev P., Sedighi M., Rajabi H., Pankratenko A. Artificial ground freezing by solid carbon dioxide – Analysis of thermal performance // Tunnelling and Underground Space Technology. – 2022. – T. 130. – статья № 104741.
96. Nishimura S., Gens A., Olivella S., Jardine R. J. THM-coupled finite element analysis of frozen soil: formulation and application // Géotechnique. – 2009. – T. 59. – № 3. – C. 159–171.
97. Orakoglu Firat M. E., Atila O. Investigation of the thermal conductivity of soil subjected to freeze–thaw cycles using the artificial neural network model // Journal of Thermal Analysis and Calorimetry. – 2022. – T. 147. – № 14. – C. 8077–8093.
98. Osterkamp T. E., Romanovsky V. E. Freezing of the Active Layer on the Coastal Plain of the Alaskan Arctic // Permafrost and Periglacial Processes. – 1997. – T. 8. – № 1. – C. 23–44.
99. Patterson D. E., Smith M. W. The measurement of unfrozen water content by time domain reflectometry: results from laboratory tests // Canadian Geotechnical Journal. – 1981. – T. 18. – № 1. – C. 131–144.
100. Qin B., Rui D., Ji M., Chen X., Wang S. Research on influences of groundwater salinity and flow velocity on artificial frozen wall // Transportation Geotechnics. – 2022. – T. 34. – C. 100739. – статья № 100739.
101. Qiu E., Wan X., Qu M., Zheng L., Zhong C., Gong F., Liu L. Estimating Unfrozen Water Content in Frozen Soils Based on Soil Particle Distribution // Journal of Cold Regions Engineering. – 2020. – T. 34. – № 2. – статья № 04020002.
102. Rempel A. W. Formation of ice lenses and frost heave // Journal of Geophysical Research: Earth Surface. – 2007. – T. 112. – № F2. – статья № 2006JF000525.
103. Rempel A. W., Wetlaufer J. S., Worster M. G. Premelting dynamics in a continuum model of frost heave // Journal of Fluid Mechanics. – 2004. – T. 498. – C. 227–244.

104. Ren J., Fan X., Yu X., Vanapalli S., Zhang S. Use of an artificial neural network model for estimation of unfrozen water content in frozen soils // Canadian Geotechnical Journal. – 2023. – Т. 60. – № 8. – С. 1234–1248.
105. Ren R., Ma J., Cheng Q., Zheng L., Guo X., Sun X. An Investigation into the Effects of Temperature Gradient on the Soil Water–Salt Transfer with Evaporation // Water. – 2017. – Т. 9. – № 7. – статья № 456.
106. Ren Z., Liu J., Jiang H., Wang E. Experimental study and simulation for unfrozen water and compressive strength of frozen soil based on artificial freezing technology // Cold Regions Science and Technology. – 2023. – Т. 205. – статья № 103711.
107. Richards L. A. Capillary Conduction of Liquids through Porous Mediums // Physics. – 1931. – Т. 1. – № 5. – С. 318–333.
108. Rong C., Sun S., Cheng H., Duan Y., Yang F. Experimental Study on Temporal and Spatial Evolutions of Temperature Field of Double-Pipe Freezing in Saline Stratum with a High Velocity // Energies. – 2022. – Т. 15. – № 4. – статья № 1308.
109. Schindler U. A. E. Experimental and numerical contributions to the mechanical behavior of frozen coarse-grained soils: дисс. ... Dr.-Ing. , 2024. – 229 с.
110. Semin M. A., Bublik S. A. Phase Transitions in Saline Pore Water in Artificial Ground Freezing // Journal of Mining Science. – 2023. – Т. 59. – № 4. – С. 611–620.
111. Semin M., Golovatyi I., Levin L., Pugin A. Enhancing efficiency in the control of artificial ground freezing for shaft construction: A case study of the Darasinsky potash mine // Cleaner Engineering and Technology. – 2024. – Т. 18. – статья № 100710.
112. Semin M., Levin L., Bublik S., Brovka A., Dedyulya I. Influence of soil salinity on the bearing capacity of the frozen wall // Frattura ed Integrità Strutturale. – 2024. – Т. 18. – № 69. – С. 106–114.
113. Semin M., Levin L., Bublik S., Brovka G., Brovka A., Agutin K. Parameterization of the Model of Artificial Clay Freezing Considering the Effect of Pore Water Salinity // Fluids. – 2022. – Т. 7. – № 6. – статья № 186.
114. Shan F., Teng J., Yan X., Zhang S., Sheng D. Numerical Modeling of Water-Vapor Migration and Phase Transformation in Unsaturated Freezing Soils // Challenges and Innovations in Geomechanics Lecture Notes in Civil Engineering. / под ред. M. Barla, A. Di Donna, D. Sterpi. – Cham: Springer International Publishing, 2021. – С. 925–931.
115. Shan X., Chen H., Ma B., Yu Q., Wang Z., Wang Q. Analysis of Factors and Mechanisms Influencing the Matric Suction and Water-Holding Capacity of Carbonate Saline Soil // Water. – 2025. – Т. 17. – № 4. – статья № 469.
116. Short D., Dawes W. R., White I. The practicability of using Richards' equation for general purpose soil-water dynamics models // Environment International. – 1995. – Т. 21. – № 5. – С. 723–730.
117. Stuurop J. C., Van Der Zee S. E. A. T. M., Voss C. I., French H. K. Simulating water and heat transport with freezing and cryosuction in unsaturated soil: Comparing an empirical, semi-empirical and physically-based approach // Advances in Water Resources. – 2021. – Т. 149. – статья № 103846.

118. Sun S., Rong C., Cheng H., Wang B., Jiang X., Zhang W., Halliru Y. Experimental Study of the Space–Time Effect of a Double-Pipe Frozen Curtain Formation with Different Groundwater Velocities // Energies. – 2021. – Т. 14. – № 13. – статья № 3830.
119. Sun Z., Zhang S., Wang Y., Bai R., Li S. Mechanical behavior and microstructural evolution of frozen soils under the combination of confining pressure and water content // Engineering Geology. – 2022. – Т. 308. – статья № 106819.
120. Taber S. The Mechanics of Frost Heaving // The Journal of Geology. – 1930. – Т. 38. – № 4. – С. 303–317.
121. Tian R., Zhang Y., Xu A., Li X., Hou Y., Tai B. Impact of Cooling on Water and Salt Migration of High-Chlorine Saline Soils // Geofluids. – 2021. – Т. 2021. – С. 1–12.
122. Tocci M. D., Kelley C. T., Miller C. T. Accurate and economical solution of the pressure-head form of Richards' equation by the method of lines // Advances in Water Resources. – 1997. – Т. 20. – № 1. – С. 1–14.
123. Tomaškovičová S., Ingeman-Nielsen T. Quantification of freeze–thaw hysteresis of unfrozen water content and electrical resistivity from time lapse measurements in the active layer and permafrost // Permafrost and Periglacial Processes. – 2024. – Т. 35. – № 2. – С. 79–97.
124. Tounsi H., Rouabhi A., Jahangir E. Thermo-hydro-mechanical modeling of artificial ground freezing taking into account the salinity of the saturating fluid // Computers and Geotechnics. – 2020. – Т. 119. – статья № 103382.
125. Tounsi H., Rouabhi A., Tijani M., Guérin F. Thermo-Hydro-Mechanical Modeling of Artificial Ground Freezing: Application in Mining Engineering // Rock Mechanics and Rock Engineering. – 2019. – Т. 52. – № 10. – С. 3889–3907.
126. Van Genuchten M. Th. A Closed-form Equation for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Soils // Soil Science Society of America Journal. – 1980. – Т. 44. – № 5. – С. 892–898.
127. Vitel M., Rouabhi A., Tijani M., Guérin F. Modeling heat and mass transfer during ground freezing subjected to high seepage velocities // Computers and Geotechnics. – 2016. – Т. 73. – С. 1–15.
128. Wan X., Tan D., Lai Y., Li S., Lu J., Yan Z. Experimental study on pore water phase transition in saline soils // Cold Regions Science and Technology. – 2022. – Т. 203. – статья № 103661.
129. Wan X., Zhong C., Mohamed H. S., Qiu E., Qu M., Nkiegaing F. J. Study on the thermal conductivity model of sodium sulfate soils // Experimental Heat Transfer. – 2021. – Т. 34. – № 3. – С. 217–239.
130. Wang B., Cao Y., Rong C., Cheng H. Study on the Mechanism and Prevention Method of Frozen Wall Maldevelopment Induced by High-Flow-Rate Groundwater // Water. – 2022. – Т. 14. – № 13. – статья № 2077.
131. Wang M., Zhu Y., Zhao T., Cui L., Mao W., Ye M., Wu J., Yang J. Chemical characteristics of salt migration in frozen soils during the freezing-thawing period // Journal of Hydrology. – 2022. – Т. 606. – статья № 127403.

132. Wang P., Firat M. E., Lin Y., Wang T. Predicting soil thermal properties in freeze-thaw cycles using EFAttNet: A comparative analysis // Plos one. – 2024. – Т. 19. – № 7. – статья № e0305529.
133. Wang Y., Hu L. A Theoretical Model of Soil Freezing Characteristic Curve Considering the Freezing of Adsorbed Water and Capillary Water // Water Resources Research. – 2023. – Т. 59. – № 7. – статья № e2023WR034662.
134. Wang Z., Fu S., Zhao X., Jiang W., Liu G., Li D., Qi H. Modeling temperature change and water migration of unsaturated soils under seasonal freezing-thawing conditions // Cold Regions Science and Technology. – 2024. – Т. 218. – статья № 104074.
135. Wu B., Zhu H.-H., State Key Laboratory of Frozen Soil Engineering, Cao D., School of Civil Engineering, Sun Yat-sen University. Measuring thermal conductivity of frozen soil using fiber optic sensors // Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University Technical Science and Technology Series. – 2021. – Т. 135. – № 2. – С. 82–93.
136. Wu D., Lai Y., Zhang M. Thermo-hydro-salt-mechanical coupled model for saturated porous media based on crystallization kinetics // Cold Regions Science and Technology. – 2017. – Т. 133. – С. 94–107.
137. Xiao W., Zhang C., Liu E., Yu Y., De Z. Mechanical properties of frozen mixed soils with different coarse-grained contents // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. – 2020. – Т. 567. – № 1. – статья № 012014.
138. Xiao Z., Hou Z., Zhu L., Dong X. Experimental investigation of the influence of salt on the phase transition temperature in saline soil // Cold Regions Science and Technology. – 2021. – Т. 183. – статья № 103229.
139. Xiao Z., Lai Y., Zhang M. Study on the freezing temperature of saline soil // Acta Geotechnica. – 2018. – Т. 13. – № 1. – С. 195–205.
140. Xiao Z., Li K., Duan J., Zhang S. Study on the multi-field-coupling model of saline frozen soil considering ice and salt crystallization // Computers and Geotechnics. – 2024. – Т. 169. – статья № 106209.
141. Yang X., Ji Z., Zhang P., Qi J. Model test and numerical simulation on the development of artificially freezing wall in sandy layers considering water seepage // Transportation Geotechnics. – 2019. – Т. 21. – статья № 100293.
142. Yang X., Sun J., Pang R., Meng W., Tao Z. Experimental study on the variation of unfrozen water content and pore water in unsaturated soil during thawing process // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. – 2021. – Т. 861. – № 5. – С. 052111.
143. Yang Z. (Joey), Still B., Ge X. Mechanical properties of seasonally frozen and permafrost soils at high strain rate // Cold Regions Science and Technology. – 2015. – Т. 113. – С. 12–19.
144. Yong R. N., Cheung C. H., Sheeran D. E. Prediction of salt influence on unfrozen water content in frozen soils // Engineering Geology. – 1979. – Т. 13. – № 1. – С. 137–155.
145. Yu H., Hao F., Yi P., Zhang Q., Ma T. Experimental Investigation on the Effect of Salt Solution on the Soil Freezing Characteristic Curve for Expansive Soils // Sustainability. – Т. 16. – № 1. – статья № 363.

146. Zhang B., Yang W., Wang B. Plastic Design Theory of Frozen Wall Thickness in an Ultradeep Soil Layer Considering Large Deformation Characteristics // Mathematical Problems in Engineering. – 2018. – T. 2018. – C. 1–10.
147. Zhang W., Lei H., Wang L., Bo Y., Zhan C. Investigation and prediction on the freezing point of the clay under different salinity conditions // Bulletin of Engineering Geology and the Environment. – 2024. – T. 83. – № 8. – статья № 341.
148. Zhang X., Wang Q., Yu T., Wang G., Wang W. Numerical Study on the Multifield Mathematical Coupled Model of Hydraulic-Thermal-Salt-Mechanical in Saturated Freezing Saline Soil // International Journal of Geomechanics. – 2018. – T. 18. – № 7. – статья № 04018064.
149. Zhou B., Brouchkov A. V., Eremina L. I., Xu C., Hu J. Numerical Simulation of Water Migration during Soil Freezing and Its Resulting Characterization // Applied Sciences. – 2024. – T. 14. – № 18. – C. 8210.
150. Zhou M. M., Meschke G. A three-phase thermo-hydro-mechanical finite element model for freezing soils // International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. – 2013. – T. 37. – № 18. – C. 3173–3193.
151. Zhu C.-Y., He Z.-Y., Du M., Gong L., Wang X. Predicting the effective thermal conductivity of unfrozen soils with various water contents based on artificial neural network // Nanotechnology. – 2022. – T. 33. – № 6. – статья № 065408.
152. Zueter A. F., Xu M., Alzoubi M. A., Sasmito A. P. Development of conjugate reduced-order models for selective artificial ground freezing: Thermal and computational analysis // Applied Thermal Engineering. – 2021. – T. 190. – статья № 116782.